RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 17 maggio 1925

V. SCIALOJA, *vicepresidente*

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Matematica. — *Un'osservazione sulla trascendente* $d(z)$ *del Pincherle.* Nota del Corrisp. GUIDO FUBINI [1].

In una Nota del 1897: *Applicazioni di calcolo funzionale distributivo* pubblicata nel tomo 30 (Ser. II) del R. Istit. Lomb. di Sc. e Lettere il prof. Pincherle sviluppa un suo metodo per lo studio delle autofunzioni relative ad una operazione funzionale distributiva. Ora il metodo usato, sebbene svolto nel caso di funzioni analitiche, ha applicazioni assai più generali: cosa di cui del resto si è reso chiaro conto l'A. stesso, quando parla di *aggiunzione* di nuove funzioni alle serie di potenze. Io voglio qui far vedere che una grande generalità si può anzi ottenere già nel modo più semplice, senza quasi mutar nulla alla esposizione originale, col solo scambio di *un esponente in un indice.*

Data un'infinità numerabile di funzioni $x_0 , x_1 , x_2 , \cdots\cdots$ della x, consideriamo l'insieme G delle funzioni sviluppabili in una serie del tipo $\Sigma \beta_n x_n$. Se $x_n = x^n$, l'insieme G coincide, si può dire, con quello delle funzioni analitiche specialmente considerato dal Pincherle. E, semplicemente sostituendo all'esponente n l'indice n, si ottiene senz'altro una estrema generalità: le x_n possono, p. es., essere le funzioni di Fourier ($\cos rx$ e $\operatorname{sen} rx$), oppure le funzioni di un insieme ortogonale completo o no ecc. Un funzionale A, lineare in G, che trasformi una funzione di G in un'altra funzione di G, sarà definito, appena siano date le trasformate delle x_n, cioè le

$$\xi_n = \mathrm{A}(x_n) = \sum_v a_{nv} x_v ,$$

(1) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.

sarà definito cioè dal quadro dei coefficienti a_{nv}. E i possibili valori di un parametro ζ per cui esiste una *autofunzione* ω, cioè una funzione soddisfacente alla $\omega = \zeta A(\omega)$, saranno radici dell'equazione $d(\zeta) = 0$, ove:

$$d(\zeta) = \begin{vmatrix} a_{00}\zeta - 1 & a_{01}\zeta & a_{02}\zeta \cdots \\ a_{10}\zeta & a_{11}\zeta - 1 & a_{22}\zeta \cdots \\ a_{20}\zeta & a_{21}\zeta & a_{22}\zeta - 1 \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}$$

è un determinante infinito, che *il Pincherle dimostra convergente in casi di estrema generalità*. Si possono poi, ripetendo le considerazioni del Pincherle, porre in luce tutte le molteplici varietà di casi che si possono presentare per le radici di questa equazioni, e le singolari differenze tra questi studii e quelli delle omografie negli spazii a un numero finito di dimensioni; e si può provare l'esistenza di operazioni funzionali lineari, le cui funzioni invarianti descrivono anche un insieme *continuo* di funzioni. Cosicchè questa teoria comprende quella di Hilbert-Schmidt e perfino quella di Hilbert-Hellinger per il caso di equazioni integrali dotate di uno *spettro* di autovalori, e l'ufficio di funzioni *ortogonali*, che ha un così essenziale ufficio nelle ricerche moderne, coincide, si noti, con la nozione data dal Pincherle di *enti che si appartengono*.

È ben curioso pertanto che tutti questi metodi, validi, come abbiamo veduto, sia nel campo delle funzioni di variabile complessa, che in quello delle funzioni di variabile reale, e svolti tanti anni prima di quelli dovuti alla scuola di Gottinga, anzi prima anche delle ricerche del Fredholm, siano rimasti poco noti perfino in Italia!

Matematica. — *Sulla teoria delle corrispondenze fra curve algebriche.* Nota del Corrisp. FRANCESCO SEVERI [1].

Ho dimostrato altra volta [2] che il grado virtuale di una corrispondenza algebrica T, di indici α, β, fra due curve algebriche C, C′, non supera $2\alpha\beta$, il massimo essendo raggiunto allora e solo allora che la corrispondenza sia a valenza zero [3]; e l'ho dimostrato poggiandomi su considerazioni di geometria sopra una superficie, meno appropriate alla questione di quel che non sieno dirette considerazioni di geometria sopra una curva.

(1) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.

(2) «Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino», vol. 48, p. 660 (1913).

(3) Tale proprietà, come io stesso avvertii nella Nota ora citata, si riduce ad un noto criterio aritmetico di CASTELNUOVO, mercè la formula di ZEUTHEN e la proprietà caratteristica delle curve canoniche sopra la superficie delle coppie di punti di due date curve. Ved. altresì in proposito ROSATI, questi «Rendiconti», vol. 22$_5$, p. 385 (1913).

Desidero ora far vedere come la proprietà medesima possa appunto ottenersi molto semplicemente restando nel campo della geometria sopra una curva. Si riesce anzi a calcolare addirittura il grado virtuale di T in funzione di α, β e del difetto di equivalenza della serie corrispondente su C′ (o sopra C) ai punti di C (o risp. di C′) [1].

Da quest'espressione del grado virtuale di T, scendono subito, seguendo l'ordine di idee di De Franchis [2], i teoremi di Humbert-Castelnuovo e di Schwarz, relativi alla inesistenza d'un'infinità continua di involuzioni irrazionali e d'un'infinità continua di corrispondenze birazionali sopra una curva.

Ho creduto necessario di premettere talune considerazioni dirette a porre in luce le ipotesi implicite nella consueta deduzione della formula di Zeuthen e le avvertenze esplicite occorrenti per renderla valida, anche quando quelle ipotesi non sieno soddisfatte. Maggiori dettagli si vedranno nel primo volume del mio « Trattato di geometria algebrica », in corso di stampa presso l'Editore Zanichelli.

1. Il ragionamento con cui s'ottiene la formula di Zeuthen (ed il suo significato funzionale) [3] poggia sulle seguenti ipotesi implicite:

a) che la corrispondenza T fra C, C′ sia irriducibile;

b) che quando T si riguarda come il prodotto delle corrispondenze $(1, \beta)$ e $(\alpha, 1)$ fra gli enti C, H ed H, C′, ove H sia l'ente ∞^1 delle coppie di punti omologhi in T, ad un elemento doppio di T, situato su C′ (o su C) sia coordinato, sull'ente H, un *effettivo* elemento doppio della prima (o risp. della seconda) delle corrispondenze componenti; e non già un elemento proveniente da una coincidenza su due rami distinti di H;

c) che i punti doppi della corrispondenza sieno, su ciascuna delle due curve, nello stesso numero degli omologhi punti di diramazione.

Per render applicabile ad ogni corrispondenza la formula di Zeuthen:

$$y - y' = 2\alpha(p' - 1) - 2\beta(p - 1),$$

ove y, y' denotano risp. i numeri dei punti di diramazione su C, C′ (o, ciò che generalmente è lo stesso, i numeri dei punti doppi su C′, C), e p, p' i generi delle due curve, non basta affatto intendere, con Halphen, che quando la corrispondenza ha punti più che doppi, p. es., punti ν — pli su C′ e punti ν' — pli su C, sia:

$$y = \Sigma(\nu - 1), \quad y' = \Sigma(\nu' - 1).$$

Tale estensione risponde pienamente soltanto allorchè non esistono coppie di punti di diramazione o (ciò che è lo stesso) di punti doppi, omo-

(1) Cfr. le Note citate del Rosati e mia.

(2) Questi « Rendiconti », vol. 12_2, p. 303 (1903).

(3) Ved., ad es., le mie *Vorlesungen über algebraische Geometrie* (Teubner, 1921), p. 167.

loghi in T [1]. Quando una coppia siffatta esista, la molteplicità dei punti che la costituiscono, come punti di diramazione o doppi, va altrimenti valutata.

Si tratta del caso in cui la curva T (imagine della corrispondenza omonima, cioè dell'ente H) sulla superficie F (priva di punti multipli e di curve eccezionali) delle coppie di punti di C, C', possiede punti multipli. Denotato con P uno di questi, con ξ, η la coppia dei punti di C, C' rappresentata da P, con K_ξ la curva di F imagine dei punti di C' associati al punto fisso ξ di C, con a l'abbassamento prodotto da P sul genere di T e infine con μ la molteplicità d'intersezione in P della K_ξ con uno generico dei rami di T, uscenti da P, si verifica agevolmente che *il punto* ξ *conta* $2a + \Sigma(\mu - 1)$ *volte fra i punti di diramazione esistenti su* C. In tal senso deve dunque esser modificata la regola di Halphen, quando il punto di diramazione considerato dia luogo ad una singolarità dell'ente H.

Generalmente il punto multiplo P sarà origine di due rami lineari di T, non tangenti tra loro nè a K_ξ. Onde *in generale un punto di diramazione, che abbia per omologo un altro punto di diramazione, conta due volte nel rispettivo gruppo di diramazione.* In questo caso generale la coincidenza per la corrispondenza $(1, \beta)$ fra C, H, che cade sull'elemento (ξ, η) di H, è soltanto *apparente*, cioè il punto P non è un'effettiva coincidenza dell'involuzione γ^1_β staccata sulla curva T dalle curve del fascio $\{K_\xi\}$.

La regola per valutare la molteplicità dei singoli punti di diramazione continua ad esser applicabile, anche se P è uno dei punti comuni alle parti in cui T eventualmente si spezzi. La coppia (ξ, η) può allora definirsi altresì come comune a due (o più) delle corrispondenze in cui T si scinde.

Dunque *se la corrispondenza* T *è riducibile, ognuno dei punti costituenti le coppie comuni alle corrispondenze parziali, conta generalmente due volte nel rispettivo gruppo di diramazione.*

Con queste avvertenze la formula di Zeuthen vale anche se non son soddisfatte le ipotesi *a*), *b*).

2. Esaminiamo ora il caso in cui non è soddisfatta la *c*). Riandando al procedimento dimostrativo della formula di Zeuthen, apparisce chiaro che y, y', meglio che i numeri dei punti doppi situati risp. su C', C, designano i numeri dei gruppi Y od X, omologhi risp. di un punto ξ di C o di un punto η di C', dotati ciascuno di un punto doppio. Generalmente questi ultimi numeri s'identificano coi primi, perchè un punto che sia doppio per un Y o per un X, non lo è per altri gruppi analoghi; come un gruppo Y od X, che contenga un punto doppio, non ne contiene generalmente altri. Ma se, per converso, un punto di C' è doppio per μ gruppi Y, esso dovrà contarsi μ volte, nel formare y; come, se un gruppo Y contiene ν punti doppi, esso dovrà contarsi ν volte fra i gruppi Y con un punto doppio.

Naturalmente un medesimo punto doppio può presentare sia le even-

(1) Il che è stato già avvertito dal De Franchis, loc. cit., nota a pie' di p. 306.

tualità indicate nel n. prec., come quelle ora considerate. Allora la molteplicità di quel punto nel gruppo dei punti doppi risulterà dalla simultanea applicazione delle due regole.

Con queste avvertenze il numero dei punti doppi, contati ciascuno colla debita molteplicità, eguaglia il numero dei punti di diramazione, e si può procedere come se l'ipotesi *c*) fosse soddisfatta.

Un caso particolarmente notevole, in cui occorre applicare la regola ora esposta, è quello nel quale una delle corrispondenze T, T^{-1}, od entrambe, sono *composte con involuzioni*. Precisiamo questo concetto.

Ai punti ξ di C rispondon su C′, mediante T, gruppi Y di β punti, formanti una serie algebrica ∞^1, Σ'. Se un gruppo generico Y proviene da un solo ξ, l'*indice* di Σ' (numero degli Y per un dato punto η di C′) è $\alpha_0 = \alpha$. Ma può darsi che un generico Y provenga da $\mu > 1$ punti ξ, i quali, in tal caso, al variare di Y, descrivon su C un'involuzione γ^1_μ. Ogni Y passante per un dato η di C′, dà luogo ad un gruppo di γ^1_μ ed il gruppo degli α punti ξ, corrispondenti ad η, vien così costituito da α_0 gruppi dell'involuzione. Perciò $\alpha_0 = \alpha : \mu$.

La serie dei gruppi X di α punti, corrispondenti su C, mediante T^{-1}, ai singoli punti di C′, è composta con γ^1_μ, nel senso che tutti i gruppi X passanti per un generico ξ di C passano in conseguenza pei $\mu - 1$ coniugati di ξ nell'involuzione γ^1_μ. *La corrispondenza* T^{-1} *dicesi perciò composta colla involuzione* γ^1_μ.

Esempi di corrispondenze composte costruisconsi facilmente: corrispondenze in cui è composta l'operazione diretta o la inversa o entrambe.

Qualora la corrispondenza (α, β) fra C, C′ sia composta sulla C con un'involuzione γ^1_μ di ordine $\mu \geqq 1$ e sulla C′ con un'involuzione $\gamma^1_{\mu'}$ d'ordine $\mu' \geqq 1$, designati con δ, δ' i numeri dei punti doppi della corrispondenza, esistenti su C′, C, sarà, in forza della regola esposta in questo n., $y = \mu\,\delta$, $y' = \mu'\,\delta'$; e ciò perchè ogni punto doppio η, esistente su C′, è doppio per μ gruppi Y, i quali coincidono nell'unico gruppo associato ai punti di C appartenenti al gruppo $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_\mu$ di γ^1_μ, individuato dal punto di diramazione omologo di η. Ciascuno dei punti $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_\mu$ risulta di diramazione.

La cosa si vede chiaramente riferendosi all'ente ∞^1 H: nell'involuzione d'ordine β, che corrisponde su H ai punti di C, risulta infatti doppia ognuna delle coppie $(\xi_1, \eta), (\xi_2, \eta), \cdots, (\xi_\mu, \eta)$. Concludendo:

Quando la corrispondenza (α, β) *fra* C, C′ *sia composta, su* C, *con una involuzione d'ordine* $\mu\ (\geqq 1)$ *e su* C′ *con un'involuzione d'ordine* $\mu'\ (\geqq 1)$, *ove si voglia che* δ, δ' *denotino i numeri dei punti doppi esistenti su* C′, C, *la formula di Zeuthen va modificata scrivendo:*

$$\mu\,\delta - \mu'\,\delta' = 2\,\alpha\,(p' - 1) - 2\,\beta\,(p - 1).$$

I numeri dei punti di diramazione esistenti su C, C′ *sono invece* $y = \mu\delta$, $y' = \mu'\delta'$.

3. Passiamo ad occuparci del grado virtuale della corrispondenza T. Se T è a valenza zero, essa è variabile in un sistema continuo $\{T\}$, di corrispondenze irriducibili (α, β), ed il numero $[TT_1]$ delle coppie comuni a due tali corrispondenze T, T_1, cioè il numero dei punti uniti della corrispondenza a valenza zero TT_1^{-1}, eguaglia $2\alpha\beta$. Chiameremo questo numero il *grado effettivo* di T e di tutte le corrispondenze dello stesso sistema; e s'indicherà con $[TT]$ o $[T^2]$.

Se T non è a valenza zero, ma è tuttavia variabile in un sistema continuo di corrispondenze degli stessi indici, si può allo stesso modo parlare del grado effettivo di T: soltanto in questo caso il grado non si esprime, come vedremo, coi soli indici α, β.

La estensione della nozione di grado ad una corrispondenza T, anche isolata, s'ottiene subito, costruendo (il che si può in infiniti modi) una corrispondenza S, tale che $W = T + S$ risulti a valenza zero. Si definisce allora il *grado virtuale* $[T^2]$ di T (coincidente col grado effettivo, quando T appartenga ad un sistema continuo) mediante la relazione:

$$(1) \qquad [T^2] = [WT] - [ST],$$

ove $[WT]$ è il numero delle coppie comuni a T e ad una corrispondenza generica di $\{W\}$. E si prova altresì immediatamente che $[T^2]$ è indipendente dalla S che ha servito a definirlo.

Tutto ciò non è che l'ovvia traduzione, in termini di geometria sopra una curva, della nozione di grado virtuale della curva T tracciata sulla superficie F.

4. Prima di procedere oltre conviene enunciare due lemmi:

1° Se sopra una curva C di genere p si considerano due serie ∞^1, γ_m^1, $\gamma_{m'}^1$, d'indici qualunque, riferite birazionalmente gruppo a gruppo, per guisa che la somma di due gruppi omologhi varii in una serie lineare d'ordine $m + m'$, esse hanno lo stesso difetto di equivalenza.

2° Il prodotto di due corrispondenze T, S, di cui una almeno sia a valenza zero, è a valenza zero.

Il 1° Lemma è dovuto al Torelli [1] ed è di dimostrazione pressochè immediata; il 2° si stabilisce esso pure con estrema facilità.

5. Un'altra premessa convien fare. Essa concerne la *corrispondenza complementare* S della data T. Questa corrispondenza, che io ho introdotto nella Nota citata, si costruisce così:

Sulla curva C′ si fissi un gruppo generico G_0 di p' punti e un gruppo particolare Y_0 della serie Σ' degli Y. Per ogni gruppo Y, si consideri il

(1) «R. Acc. delle Scienze di Napoli», 1911.

resto di Y rispetto alla serie $|Y_0 + G_0|$: è *sempre* un gruppo non speciale G, ben determinato, di p' punti. La corrispondenza S è quella che associa ad ogni ξ di C il gruppo $G \equiv Y_0 + G_0 - Y$. È chiaro che S appartiene ad un sistema $\infty^{p'}$.

Similmente potrebbe costruirsi un'altra corrispondenza complementare di T, operando su C come s'è operato su C'.

La S ha per secondo indice p'. Qual'è il suo primo indice α'? Già l'ho determinato, nella Nota citata, per via trascendente. Vediamo qui come si possa determinarlo geometricamente.

Se la corrispondenza T^{-1} non è composta, cosicchè l'indice α_0 della serie Σ' eguaglia α, il primo indice α' di S eguaglia manifestamente l'indice della serie dei gruppi G. Ora ognuno dei G passanti per un generico punto η di C', insieme al gruppo Y corrispondente a quel G, dà un gruppo, passante per η, della serie $|Y_0 + G_0|$. Cioè ognuno di quei G corrisponde ad un Y situato sulla $g^{\beta-1}_{\beta-1+p}$ residua di η rispetto a $|Y_0 + G_0|$. E viceversa ad ogni siffatto Y corrisponde un G per η. Dunque l'indice della serie dei G, ossia α', eguaglia il difetto di equivalenza ζ della serie degli Y.

Se la corrispondenza T^{-1} è composta con una γ^{ι}_{μ}, anche S^{-1} risulta composta colla medesima involuzione, e si trova che $\alpha' = \alpha\zeta : \alpha_0$, Riassumendo:

Il primo indice della corrispondenza complementare della T, *di indici* α, β, *vale* $\alpha\zeta : \alpha_0$, *ove* α_0, ζ *sono l'indice e il difetto di equivalenza della serie dei gruppi* Y *omologhi su* C' *dei punti di* C.

6. Dimostriamo infine che:

Il grado virtuale d'una corrispondenza T, *di indici* α, β, *fra due curve* C, C', *è espresso da* $2\left(\alpha\beta - \frac{\alpha}{\alpha_0}\zeta\right)$, α_0, ζ *avendo i significati di cui al precedente enunciato.*

Conservando le notazioni precedenti, si avrà:

$$\alpha = \mu\alpha_0 \quad , \quad \alpha' = \mu\zeta .$$

Poichè la corrispondenza $W = T + S$ è a valenza zero, il grado virtuale di T è espresso dalla (1). Il numero [WT], eguagliando il numero dei punti uniti della corrispondenza a valenza zero (2° Lemma) $W_1 T^{-1}$, ove W_1 è una corrispondenza generica di $\{W\}$, è dato da:

$$[WT] = \alpha(\beta + p') + \beta(\alpha + \alpha').$$

Calcoliamo [ST]. All'uopo designamo con δ_1 il numero dei punti doppi della serie degli Y, con δ_2 il numero dei punti doppi della serie dei G e infine con δ il numero dei punti doppi della serie dei gruppi $Y + G$. Verrà (n. 2):

$$\mu\delta = \mu\delta_1 + \mu\delta_2 + 2[ST].$$

D'altronde, pel criterio di Castelnuovo e pel 1° Lemma:

$$\delta = 2(\alpha_0 + \zeta)(\beta + 2p' - 1) \quad , \quad \delta_1 = 2\alpha_0(\beta + p' - 1) - 2\zeta$$
$$\delta_2 = 2\zeta(2p' - 1) - 2\zeta ,$$

e quindi risulta:

$$[ST] = \alpha p' + \mu\zeta(\beta + 2) .$$

Sostituendo nella relazione (1) si ottiene il teorema da dimostrarsi.

Osservazione 1ª. Poichè $\zeta \geqq 0$ (eguale a zero soltanto allorchè i gruppi Y sono equivalenti) si conclude $[T^2] \leqq 2\alpha\beta$, *il segno* = *valendo allora e solo allora che* T *è a valenza zero.*

Osservazione 2ª. Un teorema analogo a quello dimostrato vale collo scambio delle curve C, C'. Ne segue che, se s'indica con μ' ($\geqq 1$) l'ordine dell'involuzione con cui è composta la data corrispondenza sulla curva C', e con ζ' il difetto di equivalenza della serie dei gruppi X corrispondenti ai punti di C', viene $\mu\zeta = \mu'\zeta'$, il che può pure provarsi direttamente.

Osservazione 3ª. Applicando il teorema alle trasformazioni birazionali esistenti sopra una curva di genere p, si trova pel grado di una tal trasformazione l'espressione $-2(p-1)$ e da ciò, come in De Franchis, si deduce il teorema di Schwarz.

Applicando invece il teorema alle involuzioni di grado m e genere π esistenti sopra una curva di genere p, si trova pel grado della corrispondenza $(m-1, m-1)$, cui dà luogo una tale involuzione, l'espressione $-2(p-1) - 2m(m-2)(\pi - 1)$, donde la deduzione del teorema di Humbert-Castelnuovo.

Idromeccanica. — *Effetto dinamico di una corrente che circola attorno a un cilindro in un tunnel.* Nota del Corrisp. U. Cisotti[1].

Riferendomi alla questione trattata in una Nota precedente [2], mi propongo ora di considerare il caso, più generale, in cui la corrente permanente circola tra il profilo circolare γ e la parete circolare ω, sezioni normali rispettivamente del cilindro e del tunnel.

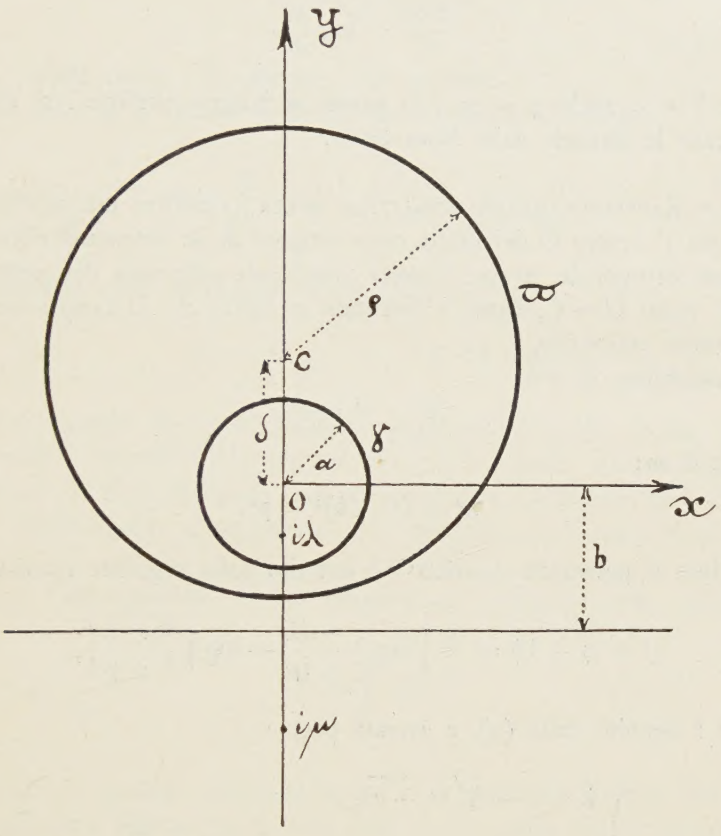
Sieno: a il raggio di γ, ρ quello di ω; naturalmente dev'essere:

$$\rho > a + \delta , \tag{1}$$

(1) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.

(2) *Effetto dinamico di una corrente che fluisce tra un cilindro e una parete piana indefinita.* Questi «Rendiconti», Serie sesta, Vol. 1° (1925), p. 494.

se δ designa la distanza dei centri O e C di γ e ω. Mi propongo di mettere in rilievo che, se $\delta \neq 0$, cioè se le circonferenze γ e ω sono eccentriche, le azioni dinamiche esercitate dalla corrente sul profilo γ equivalgono



a una forza unica, applicata al centro O del disco, diretta secondo la congiungente i due centri C, O, di verso $C \to O$ e di intensità:

$$R = \frac{C^2}{4\pi\sqrt{b^2 - a^2}}, \tag{2}$$

essendo C la circolazione, che è legata alla portata q dalla relazione:

$$\frac{4\pi q}{C} = \log \frac{a^2 + \delta\,(b + \sqrt{b^2 - a^2})}{a^2 + \delta\,(b - \sqrt{b^2 - a^2})}, \tag{3}$$

avendo posto:

$$b = \frac{\rho^2 - \delta^2 - a^2}{2\delta}. \tag{4}$$

L'effetto dinamico della corrente circolatoria sulla parete ω è opposto al precedente. Se le due circonferenze sono concentriche, essendo $\delta = 0$, dalla (4) si ha $b \to \infty$ e dalla (2) scende $R \to 0$, com'era da attendersi, mentre la (3) diviene:

$$\frac{2\pi q}{C} = \log \frac{\rho}{a}. \tag{5}$$

Se $\delta \to \infty$ anche $\rho \to \infty$ e la parete ω diviene rettilinea: si ritrovano in tal caso le formule della Nota citata.

1. - Rappresentazione analitica della corrente circolatrice. — Si assuma il centro O del disco come origine di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, avente l'asse y coincidente colla retta dei centri orientata nel verso $O \to C$, l'asse x orientato in modo che la coppia cartesiana sia di verso antiorario.

L'equazione di γ è:

$$x^2 + y^2 = a^2, \tag{6}$$

e quella di ω:

$$x^2 + (y - \delta)^2 = \rho^2. \tag{7}$$

Allora il potenziale cinetico [1] è definito dalla seguente relazione:

$$f = \varphi + i\psi = \frac{k}{i}\left\{\log \frac{\zeta + i\lambda}{\zeta + i\mu} - \log \sqrt{\frac{\delta + \lambda}{\delta + \mu}}\right\}, \tag{8}$$

essendo b definito dalla (4), e avendo posto:

$$\begin{cases} \lambda = b - \sqrt{b^2 - a^2}, \\ \mu = b + \sqrt{b^2 - a^2}, \end{cases} \qquad k = \frac{2q}{\log \dfrac{a^2 + \delta\mu}{a^2 + \delta\lambda}}. \tag{9}$$

con q portata della corrente.

Infatti, posto:

$$\zeta + i\lambda = re^{i\theta} \quad , \quad \zeta + i\mu = r'e^{i\theta'},$$

si ha:

$$\log \frac{\zeta + i\lambda}{\zeta + i\mu} = \log \frac{r}{r'} + i(\theta - \theta'),$$

per cui dalla (8) si ricava:

$$\varphi = k(\theta - \theta') \quad , \quad \psi = -k \log \frac{r}{r'} + \frac{k}{2} \log \frac{\delta + \lambda}{\delta + \mu}. \tag{10}$$

(1) Loc. cit. n. 1.

Tenendo conto delle (6), (7) e (9), facilmente si constata che è:

$$\psi = \begin{cases} q\,, \text{ sul profilo } \gamma\,, \\ 0\,, \text{ sulla parete } \omega\,, \end{cases}$$

da cui risulta che q è la portata della corrente.

La velocità si ottiene dalla (8) derivando[1]; si ottiene:

$$w = \frac{df}{d\zeta} = \frac{k}{i}\left\{\frac{1}{\zeta + i\lambda} - \frac{1}{\zeta + i\mu}\right\}. \tag{11}$$

Siccome, come facilmente si constata, è:

$$0 < \lambda < a \quad , \quad \rho < b < \mu\,,$$

dalla (11) scende che w si comporta regolarmente nella corona circolare (in generale eccentrica) compresa tra γ e ω. Dalla seconda delle (10) scende che le linee di flusso sono circonferenze, comprese tra γ e ω, i cui centri appartengono al segmento OC compreso tra i centri di γ e di ω.

2. – Circolazione. — La circolazione è definita dalla relazione[2]:

$$C = \int_{\gamma} w\,d\zeta\,,$$

l'integrazione andando effettuata lungo γ in modo da lasciare alla sinistra l'area circolare limitata da γ. Ora dalla (11) risulta che w, entro γ, presenta un polo nel punto $\zeta = -i\lambda$, per cui il secondo membro della precedente è uguale al prodotto di $2\pi i$ per il residuo di w, che è $\frac{k}{i}$; si ha quindi:

$$C = 2\pi k\,, \tag{12}$$

che, per la terza delle (9), dà luogo alla (3).

3. – Azione dinamica sul profilo γ. — Introducendo le componenti R_x e R_y delle pressioni dinamiche esercitate dalla corrente sul profilo γ e

(1) Loc. cit. n. 1.
(2) Loc. cit. n. 2.

il momento M delle stesse (normale al piano del moto), si applichino le formule di Blasius [1]:

$$(13)\qquad \begin{cases} R_y + iR_x = -\frac{1}{2}\int_\gamma w^2\,dz\,, \\ M = -\frac{1}{2}R\int_\gamma w^2 z\,dz\,. \end{cases}$$

Ora dalla (11) si ha:

$$w^2 = -k^2\left\{\frac{1}{z+i\lambda} - \frac{1}{z+i\mu}\right\}^2,$$

la quale mostra che w^2, considerato entro γ, in cui presenta un polo per $z = -i\lambda$ ha il residuo $\frac{2k^2}{i(\mu-\lambda)}$, mentre la funzione $w^2 z$, che pure presenta un polo per $z = -i\lambda$, entro γ, ha per residuo $\frac{2k^2\lambda}{\lambda-\mu}$; se ne deduce dalle (13):

$$R_y + iR_x = -\frac{2\pi k^2}{\mu-\lambda} \qquad , \qquad M = 0\,,$$

ovvero, tenendo presenti le (9),

$$(14)\qquad R_x = 0 \qquad , \qquad R_y = -\frac{\pi k^2}{\sqrt{b^2-a^2}} \qquad , \qquad M = 0\,;$$

da ciò la conclusione contenuta in (2).

Col medesimo criterio seguito nel n. 4 della Nota precedente, si constata facilmente che l'azione dinamica della corrente sulla parete ω è opposta a quella espressa dalle (14).

4. - Caso limite in cui la parete ω diviene rettilinea. — Consideriamo il caso in cui $\delta \to \infty$, e quindi pure $\rho \to \infty$ di guisa che b, definito dalla (4), mantenga un valore determinato e finito; allora la parete ω tende alla retta $y = -b$. La relazione (2) continua a valere, mentre la (3) diviene:

$$\frac{4\pi q}{C} = \log\frac{b+\sqrt{b^2-a^2}}{b-\sqrt{b^2-a^2}},$$

che è la (3) della Nota precedente.

(1) Loc. cit. n. 3.

5. - Osservazione. — La relazione (8), che definisce la funzione f mediante ζ, è suscettibile di una interessante interpretazione nel campo della rappresentazione conforme. Scende infatti da essa, o dalle equivalenti formule (10), che se si immagina di praticare un taglio della corona, lungo il tratto di asse y che rappresenta la minima distanza dei punti di γ da quelli di ω, l'area della corona così tagliata è dalla (8) rappresentata in modo conforme sul piano $f = \varphi + i\psi$ nel rettangolo:

$$-k\pi \leqq \varphi \leqq +k\pi \quad , \quad 0 \leqq \psi \leqq q .$$

Fisiologia. — *Sulle variazioni della resistenza elettrica dei muscoli causate da diversi agenti fisici e chimici.* I. Nota [1] del Socio Fil. Bottazzi e di L. De Caro [2].

I. - Scopo delle ricerche.

Abbiamo indagato l'influenza che la temperatura esercita sulla resistenza elettrica del muscolo (diaframma) e di membrane essenzialmente connettivali (omento, pericardio, centro tendineo del diaframma); non che le variazioni che la resistenza elettrica di un muscolo può presentare in funzione del tempo, cioè durante la sua sopravvivenza, indipendentemente da qualsiasi causa atta, di per sè, a indurre un aumento o una diminuzione della resistenza. Finalmente abbiamo cercato di stabilire con determinazioni di resistenza elettrica del muscolo tenuto lungamente immerso in soluzioni di valore diverso di $pH^{\cdot}$, il punto isoelettrico dei colloidi muscolari, partendo dal concetto che questo dovrebbe coincidere con la minima resistenza elettrica del tessuto, se è vero che la minima resistenza, ossia la massima permeabilità, a parità delle altre condizioni, corrisponde al minor grado di dispersità e d'imbibizione dei colloidi muscolari.

Per quanto riguarda le relazioni che passano tra permeabilità dei tessuti e mutamenti dello stato chimico-fisico indotti nei loro componenti colloidali dalla attività funzionale e da vari agenti fisici e chimici, riman-

(1) Dal Laboratorio di Fisiologia di Napoli. Nota presentata nella seduta del 4 gennaio 1925.

(2) Le determinazioni di resistenza elettrica, la preparazione degli esperimenti e la costruzione delle grafiche spettano interamente al dott. L. De Caro. (I resultati principali di queste ricerche furono dal sottoscritto comunicati all'XI Congresso internazionale dei Fisiologi, che ebbe luogo in Edimburgo nel luglio del 1923. «Quart. Journ. of exper. Physiol.», Suppl. vol., p. 68. London, 1923). (Fil. Bottazzi).

diamo il lettore all'opera di Höber [1], e a quella di Osterhout [2], non che alle recenti riviste sintetiche che su questo argomento hanno pubblicato Embden [3] e Hamburger [4].

II. – Metodo di ricerca.

Per determinare la resistenza elettrica della membrana diaframmatica ci siamo serviti di un apparecchio espressamente costruito e del quale riproduciamo qui la fotografia (fig. 1) e lo schema corrispondente (fig. 2).

Detto apparecchio resulta essenzialmente di due piccoli recipienti cilindrici di vetro *A* e *B*, sovrapposti in modo che l'orlo inferiore del primo possa combaciare perfettamente con l'orlo superiore del secondo, rimanendo uno spazio del diametro di un centimetro all'interno dei due orli combacianti. L'orlo superiore del recipiente *B* si prolunga in alto in un pezzo conico svasato, nel quale penetra comodamente l'estremità inferiore del recipiente *A*. Nella parte svasata ad imbuto di *B* si versa mercurio per assicurare la più perfetta tenuta dell'apparecchio.

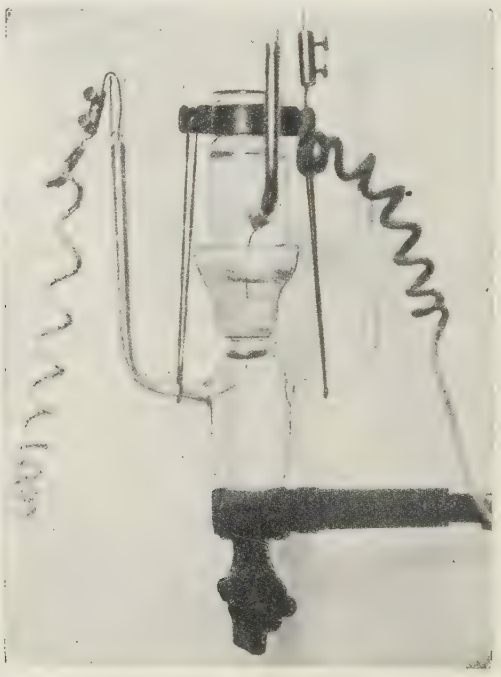


Fig. 1.

(1) R. Höber, *Physikalische Chemie der Zelle und der Gewebe.* 5te Aufl., cap. VII, pp. 367-544, *passim.* Leipzig, 1922.

(2) W. I. V. Osterhout, *Injury, Recovery, and Death, in Relation to Conductivity and Permeability.* Philadelphia, 1922.

(3) G. Embden und H. Lange, *Untersuchungen über den Wechsel der Permeabilität von membranartigen Zellgrenzschichten und seine biologische Bedeutung.* « Klin. Woch. », 1924, p. 129.

(4) H. J. Hamburger, *Die zunehmende Bedeutung der Permeabilitätsprobleme* ecc. « Ergebnisse der Physiologie », Bd. 23, I Abt., p. 77, 1924

Il recipiente superiore A porta lateralmente un tubo e, che si solleva ad una certa altezza, e nell'estremità inferiore del quale è saldato un filo di platino terminante in basso in un elettrode E dello stesso metallo, disposto orizzontalmente, del diametro preciso di un centimetro. Similmente il recipiente inferiore B porta, ad un lato, un tubo e', alla cui estremità inferiore è pure saldato un filo di platino terminante in un altro elettrode E'. I due elettrodi, quando i recipienti sono sovrapposti e combaciano coi loro orli, si trovano alla distanza fissa ed immutabile di circa un centimetro. Nell'apertura superiore T del recipiente A s'introduce un turacciolo di sughero portante un termometro il cui bulbo viene a trovarsi nel centro di A. Il recipiente B, oltre a portare il tubo e', si continua lateralmente nell'altro tubo l, e inferiormente termina in un prolungamento t, al quale può essere innestato un pezzo di tubo di gomma. I recipienti A e B sono riempiti di soluzione di Ringer. Fra gli orli combacianti dei due recipienti, nella posizione di M, si pone la membrana muscolare, tagliata in forma di un disco dal diaframma di un animale con un foratappi taglientissimo. Il disco muscolare naturalmente oppone una certa resistenza alla migrazione degli ioni fra i due elettrodi di platino, coperti di nero di platino; e tale resistenza è causata, per la massima parte, dalle fibre muscolari striate, disposte in più strati normalmente all'asse che congiunge i due elettrodi, ma anche, sebbene in grado minore, dal tessuto connettivo interstiziale, non che dalle due lamine sierose che rivestono il diaframma da ambo i lati. La detta resistenza, inoltre, subisce probabilmente variazioni dipendenti dalle condizioni fisiologiche e chimico-fisiche delle fibre muscolari.

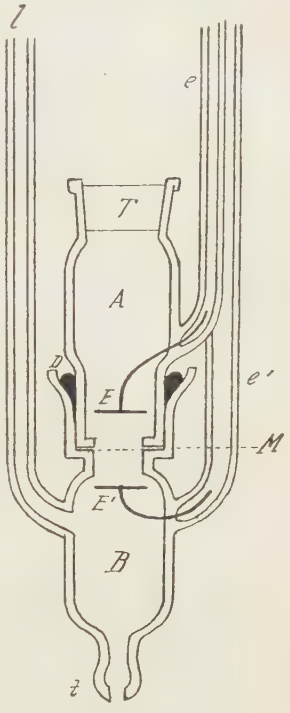


Fig. 2.

Sono appunto queste variazioni che noi abbiamo voluto indagare.

L'apparecchio, montato come mostra la fig. 1, è tenuto, durante le determinazioni di resistenza elettrica, alla temperatura costante di un termostato regolato da un termoregolatore a toluolo tipo Ostwald. Due robuste stringhe elastiche, che si veggono nella stessa fig. 1, assicurano una sufficiente pressione degli orli combacianti dei due recipienti sulla periferia del disco muscolare, che perciò rimane perfettamente orizzontale, senza bisogno del sostegno di un sottile disco di platino bucherellato che, dopo alcune prove, ritenemmo superfluo porre sotto la membrana.

III. - Esperimenti.

Abbiamo fatto i seguenti gruppi di esperimenti:

I. — *Resistenza elettrica di fette di diaframma (di cane) bagnate da liquido di Ringer, alla temperatura costante di* 24,5° C, *in funzione del tempo, cioè durante la sopravvivenza del tessuto.*

1.

ore	12 e 15′	r =	429	Ohm
»	13 e 45′	» =	397	»
»	16 e 30′	» =	680	»
»	18 e 30′	» =	743	»
»	17 — del giorno dopo . . .	» =	376	»
»	10 — » » » . . .	» =	195	»

2.

ore	12 e 30′	$r = 457$	Ohm
»	13 e 30′	» = 383	»
»	17 —	» = 604	»
»	19 —	» = 648	»
»	10 — del giorno dopo . . .	» = 279	»
»	12 — » » » . . .	» = 250	»
»	18 — » » » . . .	» = 192	»

Con i dati numerici di 1. 2. sono state costruite le curve della fig. 3.

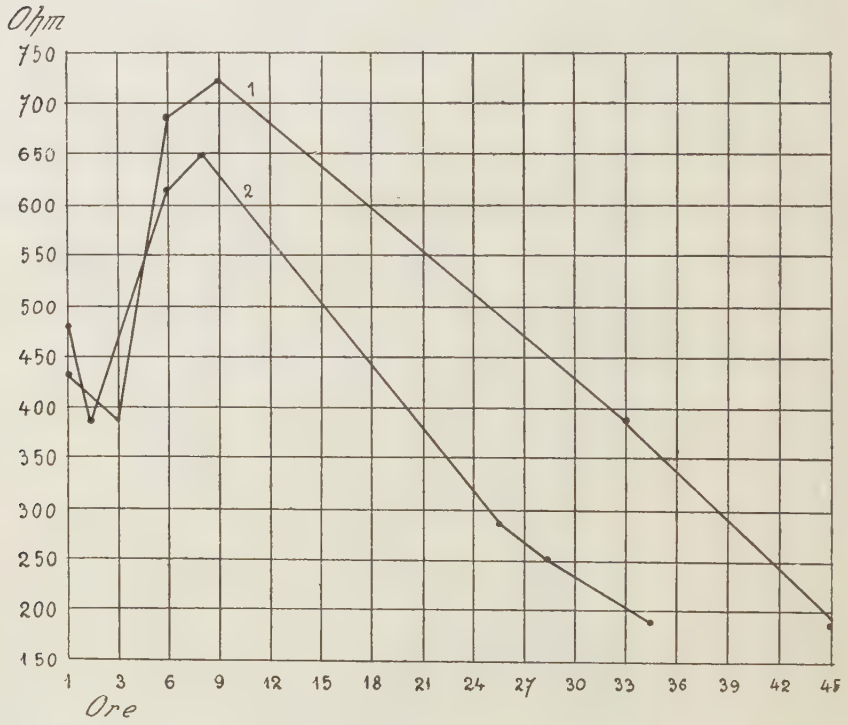


Fig. 3.

II. — *Resistenza elettrica di dischi di pericardio, omento, e centro tendineo del diaframma bagnati da liquido di Ringer, alla temperatura costante di* 24,5° C, *normali o riscaldati fino a* 70° C.

Pericardio	normali	$r = 108$	Ohm
Omento		» = 117	»
Centro tendineo		» = 138	»
Pericardio	tenuti per 10′ a 70° C . . .	$r = 105$	Ohm
Omento		» = 115	»
Centro tendineo		» = 112	»

III. — *Resistenza elettrica, alla temperatura costante di 24,5° C, di dischi di diaframma, prima variamente trattati, bagnati da liquido di Ringer.*

Esperimenti A:

1)	Disco di diaframma normale	$r = 386$	Ohm
2)	» » » contratturato a 42°—45° C .	» = 274	»
3)	» » » bollito	» = 158	»
4)	» » » contratturato a —2° C . . .	» = 331	»
5)	» » » gelato con CO_2 (neve). . .	» = 267	»
6)	» » » lasciato in Ringer alla temperatura dell'ambiente per 2 giorni. (La determinazione è stata fatta dopo la risoluzione della rigidità cadaverica)	» = 180	»

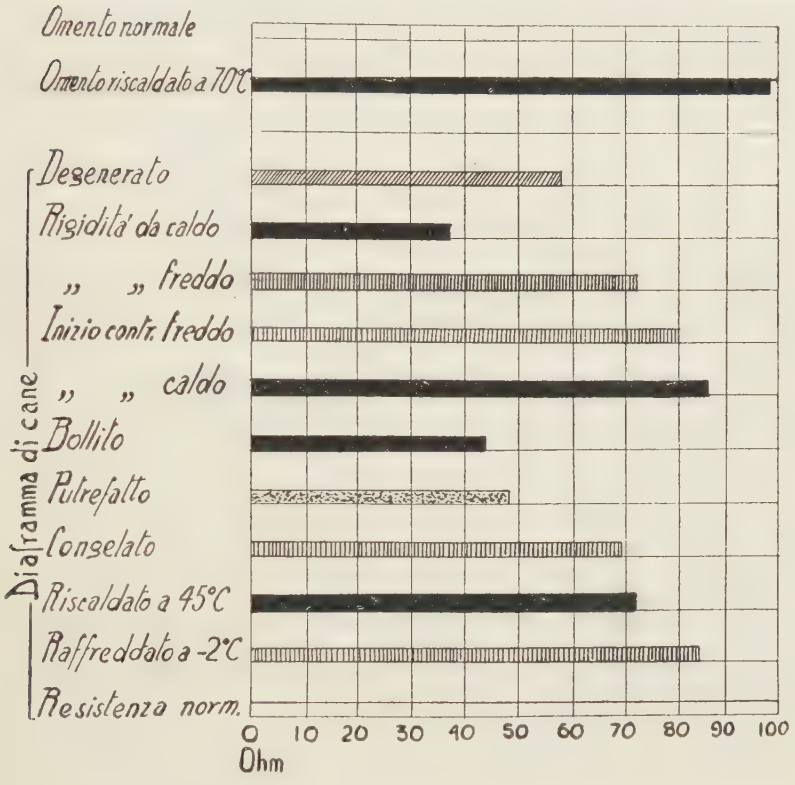


Fig. 4.

Esperimenti B:

1)	Disco di diaframma normale	$r = 525$	Ohm
2)	» » » contratturato a 42°—46° C .	» = 496	»
3)	» » » bollito	» = 172	»
4)	» » » contratturato a —2° C . . .	» = 274	»
5)	» » » gelato con CO_2 (neve) . . .	» = 228	»

Esperimenti C:

1) Disco di diaframma normale . . . . . $r = 602$ Ohm
2) » » » subito dopo l'inizio della contrattura da caldo . . . . . » = 520 »
3) Disco di diaframma dopo che è avvenuta la contrattura da caldo . . . . . » = 212 »
4) Disco di diaframma appena iniziata la contrattura da freddo . . . . . » = 457 »
5) Disco di diaframma a contrattura da freddo avvenuta . . . . . » = 438 »

Esperimenti D:

1) Disco di diaframma normale . . . . . $r = 172 - 284$ Ohm
2) » » » degenerato per effetto del taglio del nervo frenico. . . » = 117 — 165 »

Con i dati del II e III gruppo di esperimenti è stato costruito il diagramma della fig. 4, che rappresenta la diminuzione della resistenza elettrica di ciascun preparato per effetto del trattamento subito, rispetto alla resistenza del corrispondente preparato normale posta come eguale a 100 (1).

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Esperienze sulle lamine galleggianti.* Nota di Seb. Timpanaro, presentata dal Socio C. Viola [2].

La teoria classica dei corpi galleggianti su liquidi meno densi è quella fondata sul principio di Archimede. Il primo che sostenne questa teoria è Galileo, il quale però non è mai citato nei moderni trattati sui fenomeni capillari, nonostante che il libro dove egli la espose sia famoso anche per le innumerevoli logomachie che suscitò [3]. Secondo Galileo, i così detti galleggianti più densi non hanno a rigore una densità più grande del liquido sul quale galleggiano, ma la stessa densità, giacché la densità che va presa in considerazione è quella del sistema formato dal galleggiante e dall'aria che occupa quella specie di conca che esso si forma intorno. In altri termini, se poniamo uguale a 1 la densità dell'acqua e chiamiamo m_1 e v_1 rispettivamente la massa e il volume di un corpo che vi galleggi sopra ed m_2 e v_2 quelle dell'aria che riempie la depressione, per Galileo si avrà:

$$\frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2} = 1 \qquad \ldots\ldots\ldots g)$$

(1) Per le conclusioni riguardanti questi resultati sperimentali, ved. la Nota II nel fasc. seguente di questi « Rendiconti ».

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica nella R. Università di Parma. Presentato nella seduta del 19 aprile 1925.

(3) *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono.* Edizione nazionale, vol. IV. Vedere, per la storia della controversia, tutto il volume.

e reciprocamente ogni volta che la g) sarà verificata - e allora soltanto - il corpo galleggerà. L'ago e le lamine metalliche galleggianti si comportano dunque nel concetto di Galileo come una sfera cava o un ordinario corpo meno denso e affonderanno per conseguenza più o meno a seconda del loro spessore, ma dovranno sempre spostare un peso di liquido uguale al proprio. Se avesse verificato questa conseguenza, Galileo avrebbe certo conseguito una vittoria più piena sugli aristotelici del tempo che credevano con Aristotile [1] che le lamine galleggiassero perchè aventi una forma con la quale non potevano fendere l'acqua; ma le considerazioni ch'egli fece per confutare i sofismi degli avversari conservano tutta la loro bellezza, anche se in qualche punto non si possono accettare: come quando afferma che il galleggiamento delle lamine dipenda esclusivamente dal loro spessore.

Sul problema dei galleggianti più densi, nulla, in fondo, di più di quanto aveva detto Galileo è stato detto dal Laplace [2], dal Poincaré [3] e dagli altri scienziati che se ne sono occupati, nonostante che le teorie moderne consentano di risolverlo nella maniera più soddisfacente; e, anche dal lato sperimentale, siamo rimasti finora a Galileo. Anzi nella sua *Teoria elementare della capillarità* (Parigi, 1842), l'Artur considera, a quanto riferisce il Plateau [4], lo strato superficiale dei liquidi come avente una densità e una coesione maggiore dell'interno. « Secondo le sole leggi dell'idrostatica, il volume della depressione formata alla superficie dell'acqua da un ago che vi galleggi, dovrebbe essere sei volte maggiore di quello dell'ago, essendo la densità dell'acciaio 7.8; ma Artur ha stimato e fatto stimare da altri il volume della depressione e al massimo è arrivato al triplo di quello dell'ago ». Il Plateau riferisce il pensiero di Artur senza commenti, ma è chiaro che egli ci vede una prova della sua idea della coesione superficiale dei liquidi.

Il problema principale che mi son proposto di risolvere con le esperienze che costituiscono l'oggetto di questa nota è stato quello di verificare sperimentalmente che i galleggianti più densi, al contrario di quanto stimava Artur, spostano un peso di liquido uguale al proprio e mi sono perciò valso delle lamine galleggianti. Mi son potuto persuadere fin da principio che non era affatto necessario ingrassare le lamine per farle galleggiare. Le lamine metalliche galleggiano sull'acqua anche se sono state lavate con petrolio, con etere, con acqua di calce e poi risciacquate con acqua distillata; anzi le lamine di platino galleggiano, forse un po' meno bene, anche se, dopo essere state accuratamente lavate e risciacquate, si arroventano alla fiamma Bunsen e si mettono sull'acqua appena raffreddate. Per quanto,

(1) *De coelo*, lib. IV, cap. VI. Edizione Didot. Parigi, 1850, p. 431.

(2) *Supplément à la théorie de l'action capillaire*. Opere, t. IV. Parigi, Imprimerie royale, 1845, pp. 501-2.

(3) *Capillarité*. Parigi, Carré, 1895, § 65, pp. 171-3.

(4) J. PLATEAU. *Statique des liquides*, t. II. Parigi, Londra, Gand e Lipsia, 1873, p. 79.

dopo che sono state a contatto con l'acqua per un certo tempo, la faccia inferiore (e in alcuni casi anche, in parte, quella superiore) si bagni, le lamine metalliche continuano a galleggiare a lungo. Due laminette di platino messe a galleggiare più di tre mesi fa galleggiano ancora come il primo giorno.

Per farmi un'idea dello spessore massimo delle lamine che possono galleggiare sull'acqua distillata, ho adoperato lamine di 47 mm. di diametro di alluminio, di alpacca e di acciaio aventi rispettivamente 1, 0.30, 0.19 mm. di spessore e ho constatato che ognuna poteva non solo galleggiare ma sopportare un peso addizionale che sommato col proprio dava per le tre lamine g. 7.86, 7.50, 6.96. Ho esperimentato anche con una lastra di platino di g. 9.5 e dello spessore di mm. 0.05 e con un'altra di zinco della stessa larghezza e dalla stessa lunghezza, ma di mm. 0.26 di spessore, e ho trovato che potevano sopportare un peso che sommato col proprio dava rispettivamente g. 37.30 e 42.34. Mi sembra che si possa dunque ritenere che lamine delle stesse dimensioni formate da metalli differenti possono galleggiare sull'acqua sopportando sensibilmente lo stesso peso massimo.

Le esperienze con le lamine galleggianti si prestano benissimo per lezione. Si faccia galleggiare sull'acqua, per esempio un disco di alluminio di 0.40 mm. di spessore e gli si sovrappongano a uno a uno altri tre o quattro dischi uguali. L'acqua per capillarità s'infiltra tra i dischi in modo che alcuni di essi affondano mentre l'ultimo, o gli ultimi due, continuano a galleggiare. Le lastre sottili galleggiano bene anche se si sono imperfettamente bagnate, immergendole per un istante nell'acqua: e non è necessario che siano lasciate cadere da una distanza piccolissima sulla superficie dell'acqua. La lamina di platino di cui ho già parlato, purchè se ne ripieghino leggermente gli angoli, galleggia se si lascia cadere sulla superficie dell'acqua contenuta in un gran piatto dall'altezza di un metro e cinquanta, e si potrebbe andare più oltre se, al disopra di quest'altezza, non fosse difficile farla cadere parallelamente alla superficie dell'acqua. La cosa non ha niente di meraviglioso perchè la velocità di caduta della lamina è smorzata dalla resistenza dell'aria; ma bisogna convenire che, come esperienza da lezione, è molto brillante. Con la lamina di zinco della stessa area ma di 0.26 mm. di spessore, si può arrivare a un'altezza di 13 cm.; ma con una lastra di alluminio delle stesse dimensioni di quella di zinco si supera il metro.

Per verificare che il liquido spostato dai galleggianti più densi è di peso uguale al loro, mi son valso di una lamina circolare di rame dello spessore di mm. 0.30 e del peso di g. 168.35, al centro della quale era saldato un piccolo manico metallico. Mettevo a galleggiare la lamina sull'acqua contenuta in un recipiente metallico di 30 cm. di diametro, il quale era munito di un tubo laterale avente un diametro interno di 8 mm.

ed era stato riempito d'acqua ventitrè ore prima in modo che l'acqua arrivasse esattamente all'altezza del tubo laterale. Il recipiente era tenuto su una mensola fissata a uno dei muri principali dell'Istituto e si teneva coperto con una lastra metallica e in una stanza in cui non si faceva penetrare il sole e nella quale si evitava ogni scossa. Appena l'apparecchio era pronto, si chiudeva con un dito un po' unto il beccuccio laterale, poi si metteva la lamina sull'acqua con delicatezza in modo che si bagnasse solo sulla faccia inferiore e si aveva cura che non toccasse le pareti del recipiente. Poi si metteva con precauzione il coperchio, si aspettava alcuni secondi e infine si toglieva il dito facendo sgocciolare l'acqua in una provetta graduata. Senza le precauzioni accennate, si commetterebbero errori grossolani, ma è chiaro che alcune cause d'errore persistono lo stesso: la perdita dovuta all'evaporazione, per quanto attenuata, la perdita per adesione al recipiente e sopratutto al beccuccio, le variazioni di volume del liquido prodotte dalle oscillazioni di temperatura. Per queste ragioni, l'acqua spostata era in generale qualche grammo in meno del peso della lamina.

Per assicurarmi che la perdita era effettivamente dovuta a cause perturbatrici, facevo attentamente un'esperienza con la lamina e un'altra mettendo dentro il recipiente un peso d'acqua uguale. Per comodità, mettevo in una provetta un peso d'acqua uguale al peso della lamina e la versavo nel recipiente, raccogliendo poi l'acqua spostata nella stessa provetta. Numerosissime misure fatte per circa due mesi con questo metodo, hanno dimostrato la verità della teoria classica, come risulta dalla seguente tabella nella quale T indica il tempo contato dal momento in cui l'acqua comincia a sgocciolare, Q_r la quantità d'acqua spostata dalla lamina di rame e Q_a quella spostata da un peso uguale d'acqua, espresse in cm^3 o meglio in divisioni della provetta:

T	Q_r	Q_a	T	Q_r	Q_a
1′	52	53	25′	151	151
2′	80	82	30′	153	153
3′	98	99	35′	154	154
4′	108	110	40′	154.4	154.4
5′	117.5	118	45′	155.2	155 3
6′	123.5	124	1^h	156	157
7′	127.8	129	4^h	160.5	161
8′	131	132.2	6^h	162.1	162.5
9′	134 2	135	8^h	163.8	164
10′	137	137	11^h	165	165
15′	144	145	24^h	167.5 =	167 =
20′	149	148.5		= g. 165.79	= g. 165.52

In tutt'e due le serie di esperienze, la temperatura è stata sensibilmente costante; giacchè, durante l'esperienze della lamina di rame, si sono avute nelle prime ventiquattr'ore le seguenti temperature estreme: 11°, 12°.5; e nelle ventiquattr'ore successive: 10°.9, 12°.5. Per le esperienze con l'acqua, si è avuto 11°, 12°.2; 11°.4, 12°.8.

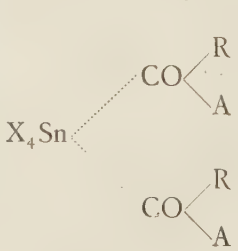
Ho fatto anche molte esperienze con una lamina di zinco del peso di g. 63 e dello spessore di mm. 0.26 avente un orlo di mm.. 1.3 e che ho fatto galleggiare sull'olio d'oliva contenuto in un apparecchio simile al precedente, ma del diametro di circa 22 cm. Anche qui si sono avuti buoni risultati ma non migliori dei precedenti, perchè, se si è così annullata l'evaporazione, si sono aumentate le perdite dovute all'adesione. Il liquido spostato è stato qui in media di circa 61 g. tanto con la lamina che con l'olio. La lamina e l'olio erano messi dentro la bacinella 50 ore dopo che era stata preparata e l'esperienza si faceva durare altre 50 ore.

Risultati migliori si sarebbero potuti ottenere, adoperando due apparecchi identici messi sulla stessa mensola e facendo l'esperienza del liquido e quella della lamina nello stesso modo e nello stesso tempo. Così la disposizione si presterebbe benissimo per esperienze didattiche, perchè basterebbe far vedere che nelle due provette graduate si raccolgono volumi uguali di liquido in tempi uguali.

Chimica. — *Composti d'addizione fra joduro stannico e basi organiche* [1]. Nota di G. Scagliarini presentata dal Corrisp. Giovanni Boeris.

I composti alogenati dello stagno tetravalente e in particolare modo il cloruro e bromuro danno assai facilmente complessi per valenze secondarie. Pfeiffer [2] facendo reagire aldeide benzoica e tetracloruro o tetrabromuro di stagno ottenne composti rispondenti alle formole: $SnCl_4$ $2C_6H_5CHO$ e $SnBr_4$ $2C_6H_5CHO$.

Nel complesso a queste aldeidi possono venir sostituiti svariati chetoni ottenendo composti tutti riferibili alla costituzione:



(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Bologna.

(2) «Ann. d. Chemie u. Pharmacie», *376*, p. 285.

dove R rappresenta un radicale fenile od ossifenile ed A un radicale metilico. Il numero di coordinazione dello stagno resta sempre uguale a sei. Se al radicale metilico viene sostituito un ossidrile si possono avere dei complessi cogli acidi organici, per esempio:

$$SnCl_4 \cdot 2C_6H_5CO \cdot CH_3 \rightarrowtail SnCl_4 \cdot 2C_6H_5 \cdot CO \cdot OH$$

Alle aldeidi, ai chetoni e agli acidi Pfeiffer dimostrò che possono venire sostituite amidi aromatiche:

$$SnCl_4 \cdot 2C_6H_5CONH_2 \qquad SnCl_4 \cdot 2C_6H_4 \begin{matrix} OH \\ \diagdown \\ \diagup \\ CONH_2 \end{matrix}$$

Il Coldrige [1] dimostrò che il tetracloruro di stagno può addizionare anche idrogeno solforato formando un complesso della formula bruta:

$$SnCl_4 \cdot 5H_2S.$$

Ben poco si sa invece dei complessi dell'joduro stannico e perciò mi parve opportuno sperimentare se questo alogenuro si prestasse a formare o meno dei complessi riferibili a quelli werneriani. Difatti in soluzione cloroformica lo joduro stannico si addiziona facilmente colla esametilentetramina e a seconda che si agisce con un eccesso della base organica o con un eccesso di joduro stannico si formano dei complessi con cinque o con quattro molecole di base.

Ai due complessi rispettivamente spettano le formule brute:

$$SnJ_4 \cdot 5C_6H_{12}N_4 \quad \text{e} \quad SnJ_4 \cdot 4C_6H_{12}N_4 \cdot 2CHCl_3$$

che potrebbero venire interpretate wernerianamente nel modo seguente:

$$\left[(C_6H_{12}N_4)_5SnJ\right]J_3 \quad \text{e} \quad \left[(C_6H_{12}N_4)_4Sn(CHCl_3)_2\right]J_4.$$

Essendo però i due complessi completamente insolubili non si può dimostrare se lo iodo fa parte della sfera esterna o meno e però tale costituzione resta arbitraria.

Il primo composto è incoloro, il secondo è colorato in violetto scuro e come dimostra la formula contiene cloroformio. Il composto violetto lasciato nel vuoto su acido solforico o nella stufa a 80° circa resta quasi inalterato e al massimo si decolora debolmente; lasciato però all'aria, specie se

(1) « Zeit. anorg. Ch. », *17*, p. 103.

in presenza di un eccesso di umidità, rapidamente si decolora e perde cloroformio. Un fatto analogo è stato, contemporaneamente ed indipendentemente da me, osservato in questo laboratorio da G. Rastelli [1] che sperimentando su aldeido-fenilidrazoni in soluzione cloroformica, bromoformica e di tetracloruro di carbonio, ecc., otteneva soluzioni intensamente colorate in violetto che egli dimostra essere prodotti di addizione fra i fenilidrazoni ed il solvente alogenato. Le soluzioni si scolorano in presenza di aria umida; cioè l'acqua demolisce il complesso. Anche i sali di ossonio che si possono in qualche modo riferire ai composti da me preparati subiscono un'azione demolitrice dall'umidità.

Infatti M. Betti e C. M. Mundici [2] facendo agire l'acido cloridrico secco sopra l'aldeide ossinaftoica sciolta in alcool ottennero un sale ossonico della serie xantenica del tipo generale:

$$H - C\begin{cases} C_{10}H_6 \\ \\ C_{10}H_6 \end{cases} O - X \qquad X = Cl = Br\ .$$

Queste sostanze intensamente colorate in verde-moscone all'aria od in presenza di acqua anche fredda si decompongono immediatamente mostrando una completa analogia di comportamento coi composti da me preparati e con quelli sopraricordati di G. Rastelli.

Il fatto che gli alogeni o per meglio dire i gruppi $C - X$ dove $X = Cl$, Br, J abbiano influenza notevole su tutto il meccanismo delle azioni intermolecolari, a cui debbono prendere cospicua parte anche le valenze secondarie, verrebbe pure dimostrato dalle ricerche che G. B. Bonino ha in corso e che privatamente mi comunica. Esistono infatti delle differenze notevoli nella forma delle bande ultrarosse di assorbimento di composti alogeno-sostituiti in confronto a quelle dei composti corrispondenti che non contengono l'alogeno.

Ora come è stato messo in evidenza dallo stesso A. [3] la forma delle bande ultrarosse di assorbimento di un liquido va appunto messa in relazione col meccanismo delle azioni intermolecolari che avvengono fra le molecole del liquido stesso.

I reticoli cristallini dei complessi da me preparati dovrebbero rappresentare, per così dire, la configurazione del sistema molecolare che viene a verificarsi nel liquido stesso nel periodo di tempo, durante il quale da esso liquido si separano i cristalli.

(1) « Gazz. Chim. Ital. », 54, p. 964.
(2) « Gazz. Chim. Ital. », 35, p. 37.
(3) « Gazz. Chim. Ital. », 54, pp. 457.

Preparazione del complesso:

$$\left[Sn\begin{matrix}(C_6H_{12}N_4)_5\\J\end{matrix}\right]J_3.$$

Ad una soluzione satura a freddo di esametilentetrammina in cloroformio ne viene aggiunta a goccia a goccia un'altra pure satura a freddo di tetraioduro di stagno in cloroformio.

Si ottiene un precipitato microcristallino di color bianco, che può volgere al giallo qualora si ecceda colla soluzione di ioduro stannico. Si può ovviare a tale inconveniente coll'aggiunta di nuova esametilentetrammina in cloroformio che riconduce il precipitato ad un bel bianco omogeneo.

Il precipitato così ottenuto filtrato e spremuto alla pompa e lavato diverse volte con cloroformio, viene seccato tra carta da filtro. Non si presta ad essere ricristallizzato. I risultati analitici sono qui riportati:

per $\left[Sn(C_6H_{12}N_4)_5J\right]J_3$

	Sn	J	C	H	N
Calcolato %	8.96	38.28	27.14	4.52	21.12
Trovato %	8.94	37.95	26.80	4.97	21.30

Preparazione del complesso:

$$\left[Sn\begin{matrix}(C_6H_{12}N_4)_4\\(CHCl_3)_2\end{matrix}\right]J_4.$$

Ad una soluzione satura a freddo di ioduro stannico in cloroformio, se ne aggiunge goccia a goccia un'altra pure satura a freddo di esametilentramina in cloroformio. Si ottiene immediatamente un precipitato costituito da piccoli cristalli colorati in violetto-cupo che al microscopio si presentano in forma di tavolette quadrate.

Se si eccede colla soluzione di esametilentetrammina il precipitato dapprima volge al giallo ed in seguito si formano i cristallini bianchi.

Non si è potuto ottenere il composto intermedio di colore giallo perchè troppo instabile.

Il precipitato violetto scuro così formatosi, spremuto alla pompa e la-

vato rapidamente con cloroformio, viene messo a seccare fra carta da filtro in essicatore. Sottoposto ad analisi il composto ha dato i seguenti risultati:

per $\left[Sn(C_6H_{12}N_4)_4 \quad (CHCl_3)_2\right]J_4$.

	Sn	J	Cl	C	H	N
Calcolato %	8.33	35.63	14.91	21.89	3.51	15.73
Trovato %	8.49	34.95	15.10	21.40	3.61	15.60

Come già dissi nella parte generale, il complesso violetto non si altera molto tenuto nel vuoto, o nella stufa a 80°, mentre in presenza dell'aria umida si decolora rapidamente.

Ringrazio il Dott. U. Sarti per l'aiuto efficace ed intelligente datomi nell'esecuzione delle esperienze.

Mineralogia. — *Azzurrite di Pistello (Isola d'Elba)* [1]. Nota di P. Comucci presentata dal Socio F. Millosevich.

L'azzurrite è bene conosciuta come minerale dell'isola d'Elba, allo stato di croste e straterelli sporadici come impregnazione di varii materiali, ma non mi consta che siano stati descritti di tali località individui cristallini. Mi sembra perciò conveniente riferire su alcuni campioni di tale provenienza presentanti distinte cristallizzazioni, il che appunto forma l'oggetto della presente nota.

Il materiale è costituito da quattro esemplari raccolti dal dott. Shalem Nathan nei dintorni di Rio Marina in località Pistello [2] e da lui donati al mio amico e collega prof. E. Grill il quale gentilmente volle metterli a mia disposizione. L'azzurrite vi compare entro piccole geodi del tutto tappezzate di minuti cristallini lucenti oppure come riempimento di piccole fenditure e anche come gruppi sparsi di cristallini impiantati qua e là nei piccoli vuoti della roccia. Questa è costituita da materiale argilloso ocraceo friabile nel quale compaiono noduli di silice opalina; alquanta malachite si presenta con struttura fibrosa o come patina a coprire qualche cristalletto di azzurrite e l'insieme appare come il prodotto dell'infiltrazione per circolazione di soluzioni cupriche in un materiale ferrugginoso sedimentario. Questa paragenesi è del tutto simile a quella dell'azzurrite di Calabona descritta dal compianto prof. Manasse [3].

I cristalli sono tutti assai piccoli presso a poco delle medesime dimensioni, cioè non superano il millimetro nella direzione della lunghezza e sono

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Firenze; presentato nella seduta del 2 maggio 1925.

(2) *Pistello* è il nome di una cava di minerali che insieme a quella di Grottarino sta al sud della massa ferrifera di Calendozio, fra capo Pero e Rio Albano.

(3) Ernesto Manasse, *Azzurrite di Calabona presso Alghero*, « Atti della Soc. Tosc. S. N. », vol. XXIX, 1913.

piantati non solo per una delle estremità, ma anche addossati lateralmente fra loro di modo che presentano libero al più metà del contorno e quindi riesce malagevole separarli o studiarli in gruppo.

Le forme osservate sono le seguenti:

{001} {100} {110} {101} {$\bar{1}$01} {018}* {023} {0.15.8}*
{021} {15 15 8}* {221} {373}*

Le forme segnate con asterisco sono, per quanto sappia, nuove per la specie. L'abito dei cristalli è di una grande uniformità, perchè tutti presentano un aspetto laminare dato dalle due facce parallele di {101} [1] molto estese collegate dalle facce della zona [100] molto più esigue: su {101} si vede abbastanza sviluppata la piramide {221}. Anche i cristalli di azzurrite del Klondike studiati da Moschetti [2] hanno predominante {101} ma vi si associa una tale ricchezza di forme, che nel mio caso siamo ben lungi dall'avere. Tale aspetto è riprodotto dalle figure seguenti completate e rese alquanto più regolari.

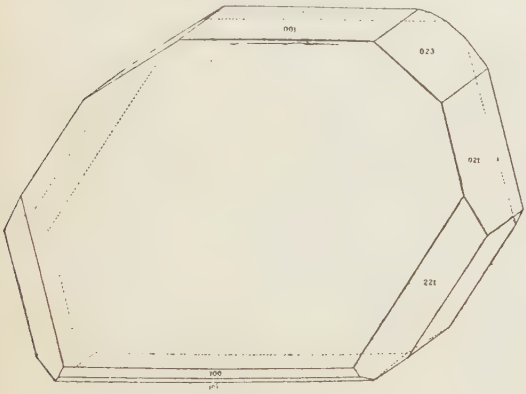


Fig. 1

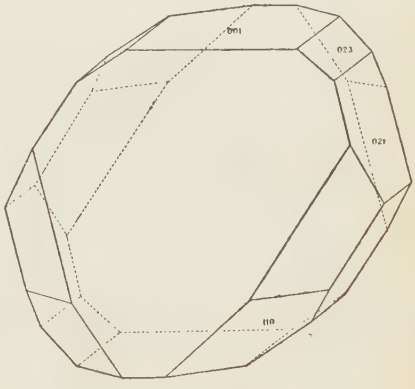


Fig. 2.

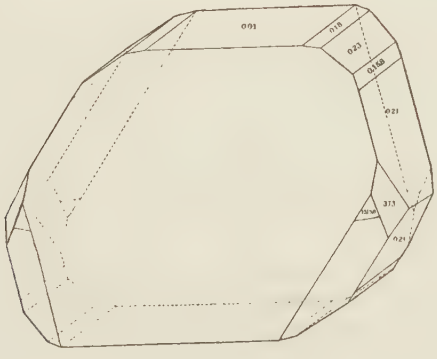


Fig. 3

(1) Nelle figure non è segnato il simbolo di questa forma: al pari del simbolo (221) in fig. 2 e 3.

(2) Lorenzo Moschetti, *Azzurrite del Klondike Simonetti*, Torino, 1921.

Come dirò, anche trattando particolarmente delle singole forme, è bene premettere che in questi cristalli si presenta come carattere generale una tendenza a molteplici formazioni parallele rilevate da solchi e scalini sulle singole facce, le quali associazioni, riuscendo molto spesso soltanto subparallele, dànno luogo a distorsioni che si manifestano con valori degli angoli alquanto distanti dai normali e da una mancanza di esatto parallelismo fra le facce opposte.

In vista di ciò conviene usare molta prudenza nello stabilire forme nuove.

Quanto ai caratteri delle singole forme ecco quanto ho osservato.

{001} – Presenta facce striate parallelamente all'asse delle *x*, striatura che è in direzione normale a quella presentata dalla medesima forma nei cristalli di Calabona [1] e del Klondike [2]. Però essa è conforme alla striatura ordinaria di tale forma e come tale si trova indicata nel caso generale nel trattato del Dana. Un numero straordinariamente grande di facce vicinali accompagna d'ordinario {001} ad una tale distanza angolare che è superiore assai a quella assegnata comunemente alle facce vicinali, le quali formano addirittura una superficie curva. L'immagine che ne risulta è nella zona [100] una striscia luminosa continua, nella quale, spesso ad un estremo, si ha l'immagine più viva di {001}. L'estensione angolare della zona luminosa si estende per 6 gradi da {001}, fino a raggiungere la posizione di {018}, ed è molto incerto distinguervi dei massimi corrispondenti a facce individuate. Ricordo solamente la forma {0.1.25} perchè essa fu ritrovata in una zona comprendente {021} e {023} fra loro normale a distanza angolare {001} era sostituita da una faccia con immagine distinta a distanza da {021} di 58° 27′ invece di 60° 23′. Questa forma dista perciò dalla posizione di {001} di 1° 56′ mentre il calcolato per {0.1.25} è 2°. Nella zona normale [010] fra {001} e {101} la faccia (001) dà un'immagine a forma di banda luminosa che traversa verticalmente il campo, utilizzabile solo nel caso che si abbia un'immagine più chiara delle altre. Per le altre zone inclinate per esempio con {2213} si ha una fascia obliqua costituita da due strisce luminose parallele separate da una meno chiara.

{023} – Faccia sempre di estensione uguale o superiore a {001}: può presentare la striatura parallela a quella di {001} o mancarne. Presenta talvolta facce vicinali ma il più delle volte tutto si riduce ad un'immagine multipla.

{021} – È in zona con le precedenti, ma nei cristalli ha molto minore sviluppo, molte volte è ridotta puntiforme in conseguenza del notevole sviluppo di {221} come si arguisce osservando i disegni qui uniti. Presenta la solita striatura parallela a [100] o ne manca.

(1) Ernesto Manasse, loc. cit.
(2) Lorenzo Moschetti, loc. cit.

{100} - Questo pinacoide è del tutto secondario ed appare come una lista sottilissima sullo spigolo di {101} con {001}. Non è molto raro, tanto che l'ho incontrato cinque volte e con buone misure angolari.

{110} - Forma non molto frequente, situata fra {221} e {001}, compare ad orlare l'estremità di {221} nella parte vicina ad una faccia di {001} come appare nella fig. 2: piana, lucente, di dimensioni discrete senza strie particolari.

{101} - Forma di massimo sviluppo fra tutte e generalmente non del tutto piana; l'immagine che essa dà è in conseguenza spesso contorta o multipla irregolarmente e ciò in qualsiasi zona. Però un'immagine della fenditura spicca in genere fra le altre per chiarezza e permette buone misure.

{$\bar{1}$01} - Faccia di sviluppo molto secondario incontrata solo due volte come lista sottilissima sullo spigolo di {001} con {101}.

{221} - Forma visibile anche sul cristallo a occhio nudo o con debole ingrandimento come due facce piane lucenti in direzione obliqua che vanno restringendo a cuneo la superficie terminale di {101}, come risulta nei cristalli disegnati. L'immagine è spesso nitida, unica e dà buona misura. Presenta talvolta striature oblique sullo spigolo con {101}.

Venendo ora a parlare delle forme nuove, {0.1.8} è stato riscontrato come faccetta listiforme bene individualizzata con immagine distinta e separata da campo oscuro rispetto a {001} (che in questo caso non dava che scarse vicinali) alla distanza di 6° 11′. Inoltre due altre volte ho riscontrato un'immagine corrispondente ad una faccia con angolo assai prossimo, per quanto non in uguali condizioni d'isolamento. L'accordo con il valore calcolato di 6° 16′ è soddisfacente e considerando anche la semplicità del simbolo, ritengo questa forma come accertata.

{0.15.8} è comparsa come faccia discretamente grande e lucente nella zona [100] di un cristallo nel quale le facce di {001} e {023} presentavano quasi esattamente l'angolo teorico, mentre detta faccia distava da {001} di 58° 49′. Ora richiedendosi per {021} l'angolo di 60° 23′, la differenza di 1° 34′ non solo è superiore agli errori di osservazione, ma anche ai limiti di vicinalità, mentre la zona non dà, anche ad osservazione ingrandita, segni di distorsione: perciò è lecito annoverare una forma nuova di tale simbolo, in ottimo accordo angolare con il valore teorico.

Ed a questa forma può collegarsi{15.15.8} faccia estesa e lucente con immagine unica la quale occupa all'incirca la posizione di {221}. Infatti fa con {001} l'angolo di 67° 1′ invece di 68° 11′ e l'angolo di 39° 30′ con {101} in luogo di 40° 22′ ed è a notare che gli altri angoli misurati in questo cristallo davano valori normali. Per le ragioni sopraddotte ritengo conveniente aggiungere anche questa forma a quelle note per l'azzurrite. Questa con la precedente fa parte di una zona che mette capo a {001} ed è vicinissima e sostituisce la zona fra {021} e {221}. Essa è un esempio della tendenza, che ho trovato in questi cristalli di sostituire forme ad indice semplice con altre ad indice complicato.

{373} - La piramide {373} è stata ritrovata in un cristallo in cui compariva con due facce bene sviluppate, tanto che da principio le ritenni appartenenti a {221} e la sua posizione è determinata in maniera sicura da due angoli su 001 e 101 in ottimo accordo con i valori calcolati.

In un cristallo ho riscontrato una faccetta in forma di lista sottile fra (023) e (021) che dava immagine determinabile a distanza angolare di 41° 2′ da (001), e la medesima è comparsa pure nell' altra zona [100] del medesimo cristallo con l'angolo di 40° 46′ su {101}: la distanza media da {001} è dunque 40° 59′. Tale faccia è molto vicina a {011} che richiede 41° 20′ con la quale si potrebbe identificare. Se vogliamo trovare un simbolo che dia un accordo maggiore {0.80.81} richiede appunto 40° 59′ ½.

Un individuo cristallino orientato secondo la zona (221) : (101) : (021) ha presentato sulla bene sviluppata (101) una specie di gradino che al goniometro è riconoscibile per una faccia listiforme che dà immagine misurabile. L'angolo con {101} è 27° 52′ che si avvicina a quello di 26° 33′ richiesto per {223} pure appartenente a questa zona, ma la differenza 1° 19′ non permette di ritenere senz'altro coincidenti le due forme. Il calcolo d'altra parte fissa per la faccia in questione il simbolo alto {39.40.59} che richiede 27° 55′. In conseguenza non do le due forme {011} e {223} sulle quali le mie osservazioni sono troppo scarse ed incerte.

Ma colgo da tutto ciò motivo per tornare a fermare l'attenzione sul fatto, frequente nel corso di questo studio, di incontrare facce, che, pure avvicinandosi alla posizione di altre a simbolo semplice, non si possono identificare con queste. Nell'azzurrite si ha dunque un caso di simboli complicati, sui quali si è intrattenuto ultimamente in modo generale M. U. Ungemach [1]. Egli anzi addirittura annovera l'azzurrite fra quei minerali che presentano casi simili irreducibili. Peraltro le due ultime forme citate si potrebbero porre, secondo i criterii esposti dal detto autore, nella categoria di quelle a simbolo indeterminato in quanto che una variazione di qualche minuto porterebbe una notevole variazione di simboli.

Do qui la tabella dei valori angolari osservati, nella quale l'accordo con il calcolato è soddisfacente, tanto più che trattandosi di cristalli molto piccoli e quindi con facce assai ridotte, le immagini venivano ad essere larghe e sfumate e di determinazione non sempre facile.

(1) M. V. Ungemach, *Sur les formes cristallines de notation compliquée*, « Zeit. für Kristall. », LVIII, p. 150.

Ho adottato le costanti di A. Schrauf [1];

$$a : b : c = 0{,}85012 : 1 : 0{,}88054$$

$$\beta = 87° 36'.$$

Angoli	Num.	Angoli misurati		Angoli calcolati	Differenze
		limiti	medie		
100 : 001	5	87° 28′ - 87° 40′	87° 34′ ¾	87° 36′	— 1′ ¼
001 : 101	8	44° 6′ - 44° 50′	44° 45′	44° 45′	0
001 : $\bar{1}$01	2	47° 11′ - 47° 35′	47° 23′	47° 15′	+ 8′
001 : 110	4	87° 59′- 88° 19′	88° 12′	80° 10′ ¼	+ 1′ ¾
001 : 0.1.8	3	6° 9′ - 6° 46′	6° 23′	6° 16′ ½	+ 7′ ½
001 : 023	22	30° 7′ - 30° 55′	30° 31′	30° 23′ ½	+ 8′ ½
001 : 0.15.8	1	—	58° 49′	58° 47′ ¼	+ 1′ ¾
001 : 021	11	60° 10′ - 60° 58′	60° 21′	60° 23′ ½	— 2′ ½
001 : 15.15.8	1	—	67° 1′	66° 59′ ½	+ 1′ ½
001 : 221	4	68° 6′ - 68° 52′	68° 30′ ¾	68° 11′ ¾	+ 19′
001 : 373	1	—	65° 40′	65° 35′ ¼	+ 4′ ¾
101 : 110	4	56° 2′ - 56° 15′	56° 8′ ½	56° 1′ ⅛	+ 7′ ⅜
101 : 023	3	52° 9′ - 52° 42′	52° 28′ ¼	52° 14′ 1½	+ 14′ ⅙
101 : 021	2	69° 10′ - 69° 40′	69° 25′	69° 27′ ¾	— 2′ ¾
101 : 15.15.8	1	—	39° 30′	39° 27′ ¾	+ 2′ ¼
101 : 221	24	40° 10′ - 40° 57′	40° 30′ ¾	40° 22′ ¼	+ 8′ ½
101 : 373	2	54° 27′ - 54° 18′	54° 22′ ½	54° 24′ ¼	— 1′ ¾

Per quanto avessi valori angolari sufficienti per la determinazione delle costanti, non ho creduto bene di farlo, perchè il giacimento non presenta una ricchezza notevole di forme e cristalli molto perfetti. Ciò è stato da altra parte ripetutamente tentato [2] per ottenere un migliore accordo con le osservazioni fatte su particolari giacimenti, il che conferma quanto ho già osservato, cioè l'oscillazione abituale nei valori angolari dell'azzurrite.

(1) « Mineralogische Beobachtungen, Sitzungs. Berl. Akad. d. Wissensch. » LXIV, Wien, 1871.

(2) Des Cloizeaux, *Manuel de Mineralogie*, II, p. 190, Paris, 1874. - Farrington, *On crystallized Azurite from Arizona*, « Amer. Journ. of Science », XLI, n. 244. p. 300. New Haven 1891. - F. Cohen, *Notizen über Azurit-Krystalle von Broken-Hill* « Zeit. für Kryst. », LII, p. 419, 1913. - E. Manasse, loc. cit. - G. Aminoff, *Studien an Material aus der Siögrenschen Mineraliensammlung* « Arkiv Kemi. Min. Geol. », Stockolm, 1919, vol. VII, n. 17, p. 1-58.

Zoologia. — *Sul significato delle goccie oleose nell'uovo dei teleostei e sulla localizzazione delle ossidasi.* Nota di G. Brunelli [1], presentata dal Socio Corrisp. F. Raffaele [2].

Il significato delle goccie oleose dell'uovo dei teleostei non è ancora noto. Diversi anni addietro Raffaele scriveva ciò che oggi può rimanere ancora immutato: « quanto al valore fisiologico, morfologico delle goccie grasse bisogna riconoscere tutta la nostra ignoranza ». Da principio si credeva che ad esse bisognava attribuire la facoltà delle uova di galleggiare (Ryder ed altri), poi l'esistenza di esse in molte uova che si sviluppano attaccate al fondo e la mancanza in alcune galleggianti, hanno fatto abbandonare tale ipotesi (Prince); che la loro esistenza non sia una condizione indispensabile è provato dal fatto che molte uova ne mancano.

Esse sono certamente una secrezione del vitello nutritivo, ma perchè accade questa secrezione in alcune uova ed in altre no? Prince recentemente ha messo avanti un'opinione; egli, riferendosi all'ipotesi di Balfour che l'uovo fosse in origine più voluminoso, ammette che la sostanza delle goccie oleose da principio sparsa uniformemente nella massa del vitello non abbia subìto una diminuzione proporzionale a quella del vitello e si sia separata allora sotto forma di globuli. Questa spiegazione oltre essere soverchiamente ipotetica trova, a mio parere, un grave ostacolo nel fatto che vi sono uova piccolissime (*Callyonimus*) senza globuli oleosi, mentre ve sono di molto grandi (salmonidi) che ne sono provviste ». (Raffaele F., *Le uova galleggianti e le larve dei Teleostei nel Golfo di Napoli*, « Mitth. Zool. Station », Neapel, 1888).

Nella mia Memoria sul cavalluccio marino, riportando questo passo di Raffaele, all'ipotesi etologica di Ryder ed a quella filogenetica di Prince, ho aggiunto una terza ipotesi; muovendo dall'osservazione fatta sulle goccie oleose dell'uovo del predetto teleosteo, che si sviluppa in condizioni speciali, ho ammesso un significato delle goccie oleose nella respirazione embrionale e aggiungevo: « Certo non abbiamo una prova decisiva che forse potrebbe cercarsi con qualche esperienza fisiologica, ma l'ipotesi ci sembra in ogni modo degna di considerazione, dato il fatto che numerose ricerche hanno mostrato l'importanza di alcuni pigmenti nella respirazione. Noi non vogliamo sostenere che la nostra ipotesi sia più verosimile delle altre, ma riteniamo che dato l'oscuro significato delle goccie oleose essa possa servire come ipotesi di lavoro per altre ricerche ».

(1) Lavoro eseguito nel R. Laboratorio centrale di idrobiologia (Roma).
(2) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.

Per risolvere tale questione ho iniziato una serie di ricerche seguendo il metodo delle ossidasi, e ho applicato tale metodo sulle uova embrionate dei salmonidi, usando la nota reazione dell'α naftolo e della dimetilparafenilendiammina.

L'uovo embrionato va liberato dalla membrana. Occorre poi per ottenere una reazione più rapida e più evidente agire sulle gocciole oleose previo lo spappolamento dell'uovo. Dopo breve tempo agendo prima coll'α naftolo e poi con la dimetilparafenilendiammina si ha la caratteristica reazione dei fermenti ossidanti.

Nella sua recente monografia sui Signatidi, a Rauther non apparisce evidente il rapporto da me accennato (del resto allora solo in via ipotetica) tra gocciole oleose pigmentate e processi respiratori. Sono dolente che Rauther abbia mosso questo dubbio, sia pure in via pregiudiziale, non accompagnata da alcuna esperienza, perchè egli lo dovrebbe muovere per tutti i pigmenti nei quali da tempo i fisiologi di ambo i regni della natura concordano nel localizzare i fermenti respiratori. Riferendomi all'intensa pigmentazione delle uova del cavalluccio marino, io alludevo a questa analogia che non può certo meravigliare i fisiologi. La localizzazione di enzimi in rapporto con la goccia oleosa può inoltre essere considerata con Remotti anche in relazione a fenomeni di assorbimento.

Che goccie oleose si riscontrino anche non in corrispondenza di vasi vitellini, questo non è stato negato da me, come apparisce anche dalle mie figure, e sarebbe d'altra parte superfluo restringere il significato di tale funzione delle goccie oleose; basta pensare al tempo in cui l'embrione respira e ancora non si è stabilita una circolazione vitellina. La localizzazione diffusa delle goccie oleose in molti teleostei, non è affatto perciò un ostacolo all'ipotesi della loro funzione respiratoria, anzi tutt'altro. E non lo è neppure la supposizione che le goccie servano anche alla nutrizione dell'embrione, perchè l'una funzione non esclude l'altra, dato il modo in cui avviene il riassorbimento del tuorlo. Lo speciale interesse che offre lo studio delle goccie oleose nell'uovo dei teleostei dal punto di vista delle ossidasi, offrirà campo ad ulteriori ricerche.

Si spiega per esempio come le goccie oleose siano più sviluppate in uova a decorso embrionale lento (tipiche quelle dei salmonidi).

Il fatto che alla fecondazione segue un notevolissimo aumento dei processi ossidativi (Warburg ed altri), ha riaperto ora la questione della localizzazione delle ossidasi negli elementi germinativi. Debbo a tal proposito ricordare gli studi recenti di Sereni sulla reazione delle ossidasi negli spermatazoi (Sereni E., *Ricerche sulle ossidasi. – La reazione delle ossidasi negli spermatozoi*, « Archiv. di fisiologia », vol. XXII, fasc. 3°, 1924). Non v'ha dubbio che anche lo studio della localizzazione delle ossidasi nell'uovo dei teleostei debba servire a riesaminare complesse questioni.

Nell'uovo dei teleostei molti punti dubbi restano a chiarire, così ri-

cordo le recenti ricerche di Sanmartino e Pettinelli sulla catalasi nelle uova dei salmonidi, che rivelano appunto la presenza di fermenti in rapporto ai processi respiratori, che io avevo supposto e che restavano a localizzarsi.

Le suddette nostre ricerche e quelle di altri autori concordano ormai con l'ammettere nel citoplasma la localizzazione dei fermenti in rapporto con la respirazione e contraddicono palesamente la teoria di Loeb e di altri circa la localizzazione nucleare dei processi ossidativi. Anche nelle uova degli anfibi Voss (Voss H., *Die Lokalisation oxydativer Ferment in der Ovarialeiern des Frosches*, « Archiv. für Mikroskopische Anatomie und Entwicklungsmeckanik », 1924), è venuto di recente ad una conclusione simile.

La vasta letteratura sulle ossidasi e l'attuale intenso periodo di ricerca schiuderà, senza dubbio, nuovi campi all'indagine e permetterà risolvere problemi sinora insoluti dai citologi che si attengono solo al metodo morfologico. È logico supporre, per esempio, che lo studio delle ossidasi servirà a completare quello della localizzazione di alcune sostanze organo-formative nelle sviluppo embrionale.

Sarà interessante poi estendere per analogia alcune osservazioni dalle uova dei pesci alle uova di crostacei.

Studi preliminari sui pigmenti respiratori dei crostacei mi fanno supporre che i pigmenti respiratori delle uova siano simili a quelli che si ritrovano abbondantemente nel corpo di taluni crostacei (per esempio copepodi) privi di organi respiratori veri, ciò che sarebbe una elegante conferma e indicherebbe nuovi orizzonti alla ricerca fisiologica.

Di recente Parnas ha giustamente sostenuto l'importanza che deve essere data allo studio della respirazione embrionale ed è giusto che la sperimentazione non trascuri questo fecondo campo di ricerca.

Fisiologia. — *Ricerche sulla secrezione spermatica. - XVI. La raccolta dello sperma e l'eliminazione degli spermatozoi nel colombo* [1]. Nota del prof. G. Amantea, presentata dal Corrisp. S. Baglioni.

In una precedenta Nota [2], riferendo le prime osservazioni sulla raccolta dello sperma nel gallo, furono rilevate le difficoltà incontrate nel tentare analoghe ricerche sul colombo. Ma l'evidente vantaggio di poter fare anche di quest'ultimo animale un comodo produttore ai fini di indagini biologiche svariate (sulle proprietà degli spermatozoi, sulla fecondazione artificiale, ecc.), oltrechè l'utilità scientifica di esplorare il comportamento dell'eliminazione degli spermatozoi anche in diversi uccelli, così com'è stato fatto pei mam-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Messina.
(2) Amantea G., « Rendic. d. R. Accad. dei Lincei », vol. XXXI, 2° sem., 1922.

miferi [1], ha indotto a insistere nei tentativi. E non è stato vano, poichè il risultato si è completamente raggiunto.

Come nel caso del gallo, in fondo tutto è consistito nello studiare e sfruttare opportunamente le condizioni fisiologiche della copula, nonchè le tendenze istintive dell'animale. Nel caso del colombo si è avuta la fortuna di pervenire a un espediente semplicissimo, che si è rivelato costantemente adatto ad eccitare i maschi, fino a indurli alla eliminazione dello sperma.

Si tratta di offrire loro la femmina in una speciale posizione, e cioè ad ali incrociate e a piedi legati, in maniera da essere costretta a giacere su un fianco. Le ali si incrociano agevolmente, portando la destra verso sinistra e questa verso destra, e poi di nuovo in senso inverso, da torcerle quasi l'una sull'altra e da fissarle in tale posizione pel contrasto colle penne: ciò è possibile in tutti gli uccelli. I piedi basterebbe immobilizzarli con una qualsiasi legatura, o servendosi di un anello elastico; ma è risultato più pratico ricorrere a un filo metallico flessibile, che permette di legarli insieme con un estremo e di fissarli in posizione di estensione massima o di massima trazione in avanti avvolgendo l'altro estremo del filo alla base delle ali incrociate. (Questa semplicità di mezzi utilmente soccorre, quando si tratta di eseguire molte prove a brevi intervalli).

Un maschio, in presenza di una femmina così preparata, più o meno prontamente entra in eccitamento, tuba, fa la ruota, e infine si spinge a tentativi di copula: monta sulla femmina e compie i noti movimenti, destinati in condizioni normali a favorire il contatto reciproco degli orifizii cloacali. Nelle descritte condizioni sperimentali ciò non può verificarsi, data la posizione coatta e inadeguata della femmina, che si mantiene d'altronde inerte e non partecipa all'atto. Per ciò il maschio, all'acme dell'orgasmo, finisce coll'ejaculare sulle penne della femmina.

Lo sperma si presenta sotto forma di una o più goccioline di liquido lattescente, di regola molto denso, che aderisce alla superficie delle penne senza bagnarle, sicchè se ne lascia con facilità e completamente staccare con un getto di acqua o di soluzione fisiologica. Una gocciola raccolta così, tanto in acqua distillata che in soluzione di NaCl a 0,9 %, si deposita al fondo del recipiente, dissolvendosi solo in piccolissima parte; agitando si suddivide il resto in masse più piccole, ma non si ottiene una distribuzione completa e uniforme; l'effetto invece si raggiunge, agitando dopo avere alcalinizzato con soda nella proporzione di circa 0,004-0,008 %.

Osservato come tale direttamente al microscopio, lo sperma offre l'aspetto di un fitto groviglio di spermatozoi. Stemperandolo in soluzione fisiologica, si possono distinguere bene i singoli spermatozoi coi caratteri-

(1) Amantea G., « Rend. d. R. Accad. dei Lincei », vol. XXIII, 1914; ibid., vol. XXIV, 1915; ibid., vol. XXVIII, 1919; ibid., vol. XXIX, 1920. « Arch. di Farmac. sper. e sc. affini », vol. XXXI e vol. XXXII, 1921.

stici movimenti; meglio ancora deve prestarsi a tale scopo il liquido di *Hirokawa* alcalino (NaCl 0,8 , NaOH 0,002–0,004, e acqua distillata 100).

La quantità relativamente piccola dell'ejaculato e le sue proprietà fisico-chimiche permettono di raccogliere senza perdita tutto quello, che si elimina in ciascuna copula. È ovvio che la tecnica per riprenderlo dalle penne, sulle quali resta depositato, dovrà variare caso per caso, a seconda dello scopo, cui è destinato. Comunque conviene sempre rivolgere l'attenzione allo stato di pulizia della femmina, che si adopera per eccitare il maschio: è buona pratica prepararla con opportuna lavatura delle penne, le quali tuttavia al momento dell'esperimento dovranno essere affatto asciutte.

Il metodo descritto è stato finora utilizzato soltanto per studiare l'eliminazione degli spermatozoi nel colombo, tenendo presenti alcuni dei principali fattori, che si sono dimostrati meritevoli di considerazione nelle indagini analoghe su altri animali (riposo sessuale, grado di eccitamento, alimentazione, ecc.).

Le ricerche furono iniziate con due maschi giovani, allevati in laboratorio, e tenuti in presenza di femmine, colle quali era loro impossibile l'accoppiamento. Ma in seguito il metodo ci si rivelò adatto a esplorare qualsiasi maschio, anche se adulto o accoppiato e prolificante. Così pure risultò indifferente offrire una femmina o un altro maschio per eccitare quello in esperimento.

Lo sperma era distaccato dalle penne della femmina con un sottile getto di acqua distillata, e accolto in una capsulina; quindi si travasava il tutto in un piccolo cilindro graduato a tappo smerigliato, si alcalinizzava debolmente con soda, nella proporzione sopra accennata, si agitava fino a completa dissoluzione, e si procedeva alla numerazione degli spermatozoi mercè il conta-globuli di Thoma-Zeiss. Si è altrove fatto rilevare, che l'uso dell'acqua distillata ha il vantaggio di rendere subito inerti gli spermatozoi. Quelli del colombo, sbattuti come si è detto nella tenue soluzione alcalina, perdono in buona parte l'esile coda; ma ciò non impedisce la numerazione, per la quale possono utilizzarsi le teste caratteristiche.

Sono state in complesso finora eseguite, sopra sei differenti maschi nel pieno sviluppo della loro attività sessuale, oltre 70 prove complessive, tenendo sopratutto conto esatto dell'ora e del riposo sessuale precedente ciascuna, e valutando approssimativamente – per necessità sperimentale – il grado di eccitamento, nonchè la quantità di sperma eliminato.

È risultata evidente anche pel colombo, come già per tutte le altre categorie di animali potute esplorare, l'azione positiva del riposo sessuale sull'eliminazione degli spermatozoi, nel senso che questi aumentano entro certi limiti col prolungarsi del periodo di astinenza; e generalmente sembra, che ogni maschio raggiunga il proprio massimo assoluto di eliminazione già dopo 2–3 giorni di riposo.

A parità di altre condizioni se precede un maggiore eccitamento ses-

suale, pure il colombo elimina di regola un numero maggiore di spermatozoi.

Le ore della giornata pel colombo più adatte alla copula, e anche a un più vivace eccitamento sessuale, sembrano essere quelle pomeridiane, o più generalmente quelle che coincidono col periodo della digestione e dell'assorbimento intestinale.

L'attività sessuale del colombo, confrontata con quella del gallo, è risultata incomparabilmente inferiore: mentre il colombo tocca sovente la completa aspermia già dopo il primo accoppiamento efficace, il gallo invece può efficacemente accoppiarsi anche parecchie volte di seguito con intervalli di appena 2-5 minuti; e mentre il colombo di rado supera l'eliminazione di 200 milioni di spermatozoi, il gallo tocca e supera i 4 miliardi anche dopo 40-48 ore di riposo sessuale.

Il colombo, grazie al metodo semplice descritto, diventa un comodo e prezioso produttore, facilmente utilizzabile a scopo vario nei nostri laboratori, senza la necessità di ricorrere, per ottenerne l'ejaculato a speciali dispositivi o a condizioni sperimentali, altrimenti capaci spesso di distogliere da ricerche su problemi del massimo interesse generale, solo per la specializzazione tecnica che esigono, o per l'indole degli espedienti, cui impongono di ricorrere.

Biologia. — *Sulla doppia innervazione dei muscoli dei Crostacei Decapodi.* Nota preliminare di UMBERTO D'ANCONA, presentata dal Socio B. GRASSI [1].

In una precedente nota [2] esponevo sommariamente i risultati di osservazioni morfologiche sulle terminazioni nervose nei muscoli di alcuni Crostacei Decapodi e accennavo anche alla doppia innervazione, già osservata dal Biedermann. Voglio qui ritornare sull'argomento onde veder fino a qual punto le mie osservazioni si accordano con le interpretazioni date dai vari autori a questa doppia innervazione.

Biedermann [3], facendo stimolazioni elettriche, emette l'ipotesi che un nervo sia attivante, l'altro inibente. Mangold [4], che trova generale la doppia innervazione negli Artropodi, accetta questa ipotesi, pur non trovandola sufficiente. Fröhlich [5], ritiene che l'inibizione osservata da Biedermann sia

(1) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.
(2) « Rendiconti R. Accad. Lincei », Ser. 6ª, Vol. I, p. 403, 1925.
(3) « Sitzb. math.-naturw. Cl. k. Akad. Wissensch. », Wien, Bd. XCVI, Abth. 3, 1887.
(4) « Zeitschr. allg. Physiol. », Bd. V, p. 135, 1905.
(5) « Zeitschr. allg. Physiol. », Bd. VII, p. 393, 1908.

dovuta a stanchezza del muscolo e probabilmente anche della terminazione nervosa.

Uexküll e Gross [1] stimolano isolatamente le due fibre nervose e ottengono nella fibra sottile una eccitazione, nella spessa una inibizione; però tra le due fibre ci sono dei ponti che servono a far passare nella fibra antagonista l'eccesso di eccitazione. Inoltre la via a una delle due fibre può essere bloccata. La base anatomica di questo blocco sarebbe data dai triangoli che si osservano ai punti di divisione delle fibre nervose. Successivamente Uexküll e Tirala [2] completano le loro osservazioni sull'aragosta e sul *Carcinus* e concludono che le fibre sottili e spesse che vanno a un muscolo costituiscono un sistema chiuso; la fibra spessa carica, la sottile scarica, vale a dire la prima eccita, la seconda inibisce; una aumenta duraturamente lo stato di eccitazione, di tono, l'altra pure duraturamente lo diminuisce. Il muscolo, dunque, può essere paragonato a un recipiente pieno d'acqua in cui il livello rimane costante se l'afflusso e l'efflusso sono eguali.

Hoffmann [3] non accetta l'idea di Uexküll del blocco dei nervi e conferma l'ipotesi di Biedermann. Mentre nei Vertebrati dal sistema nervoso centrale parte per la periferia la risultante degli impulsi stimolanti e inibenti, negli Artropodi questi due impulsi vanno separatamente per vie diverse ai muscoli e soltanto nella terminazione nervosa si ha la compensazione dei due impulsi.

Più recentemente Tiegs [4] ammette che una delle due fibre terminali vada a una membrana di Amici-Krause, la seconda a un'altra; all'atto della contrazione a una si avrebbe la produzione di acido, all'altra membrana di Krause, di alcali; mediante neutralizzazione subentrerebbe il rilasciamento del muscolo.

Devo subito notare che i predetti autori che hanno osservata questa doppia innervazione, si sono sempre serviti di colorazioni vitali col bleu di metilene [5]; molto spesso non danno nei loro lavori che delle figure schematiche. Dal confronto delle osservazioni morfologiche dei detti autori (le più dettagliate sono del Mangold) con le mie, devo concludere che quelle per lo più non danno una immagine completa delle arborizzazioni nervose muscolari.

Specialmente voglio rilevare i seguenti punti che emergono dall'esame dei miei preparati:

a) non esistono anastomosi tra le varie fibre, nè tra le ramificazioni d'una singola fibra;

(1) « Zeitschr. Biol. », Bd. LX, p. 334, 1913.
(2) « Zeitschr. Biol. », Bd. LXV, p. 25, 1914.
(3) « Zeitschr. Biol. », Bd. LXIII, p. 411, 1914.
(4) « Australian Journ. Exp. Biol. », Vol. I. p. 11, 1924.
(5) Non so quale metodo abbia usato il Tiegs, di cui conosco il lavoro soltanto attraverso la recensione di Riesser in « Berichte ges. Physiol. », Bd. XXVII, p. 308, 1924.

b) nelle impregnazioni col nitrato d'argento i triangoli di Uexküll appaiono soltanto accidentali e non presentano alcuna struttura tale da far pensare che in essi avvenga il blocco delle fibre, ammesso da quell'autore;

c) le doppie terminazioni sono molto comuni, ma accanto ad esse ci sono anche terminazioni semplici;

d) non si può sempre parlare di una fibra sottile e di una spessa, ma molte volte le due fibre nei preparati appaiono uguali;

e) non trovo che nel gambero una delle due fibre vada a una linea di Amici-Krause, l'altra a un'altra, per quanto in certe specie (*Homarus*, *Palinurus*) trovasi un rapporto delle terminazioni con le linee di Amici.

Da tutto ciò risulta che molte delle spiegazioni date dagli autori suddetti non si basano su alcuna sicura osservazione morfologica. Di certo è soltanto che si ha una doppia innervazione, ma quale significato essa abbia non può essere risolto dalle ricerche morfologiche. Le ricerche fisiologiche dei menzionati autori mettono questa doppia innervazione in rapporto con una innervazione antagonistica del muscolo e col tono muscolare. Io trovo che ciò presenta una certa analogia con le condizioni della muscolatura dei Vertebrati in cui è stata descritta una innervazione somatica e una interpretata come simpatica. (Boeke) [1].

Fisiologia. — *Sulla secrezione parotidea nell'uomo provocata da diversi fattori periferici* [2]. Nota del dott. V. De Laurenzi, presentata dal Socio Corrisp. S. Baglioni [3].

Sulla secrezione parotidea dell'uomo, B. Brunacci [4], utilizzando il metodo del sondaggio del dotto di Stenone, ha eseguito una interessante serie di ricerche, studiando minutamente e col massimo rigore le variazioni delle proprietà fisico-chimiche della saliva da stimoli chimici, gustativi, olfattivi, da eccitamenti psichici, ecc.

Sotto la guida del Prof. G. Amantea, si sono volute riprendere le ricerche con lo stesso metodo del sondaggio del dotto di Stenone, proponendosi non lo studio di variazioni qualitative in determinate condizioni, ma piuttosto una analisi fisiologica relativa al comportamento quantitativo della secrezione provocata con stimoli vari chimici (gustativi e non gustativi), fisici (meccanici, termici, elettrici), durante alcuni movimenti della mandibola, durante la deglutizione, per effetto del lavoro muscolare, ecc.

(1) Bottazzi, « Arch. Scienze biol. », Vol. 6, p. 114, 1924, però, non ammette questa innervazione simpatica.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Roma.

(3) Presentata nella seduta del 2 maggio 1925.

(4) Brunacci B. « Arch. di Fisiol. », VIII, 1910; « Atti della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena », n. 1-2, 1912; « Arch. di Fisiol. », XII, 1914; XIII, 1915; XV, 1917.

Sperimentando con alcuni stimoli chimici, si tenne anche conto, nei limiti possibili, della regione della mucosa orale stimolata, per desumerne qualche dato relativo ai limiti della corrispondente zona riflessogena periferica.

Così pure sperimentando con gli stimoli gustativi, si volle tentare la determinazione della soglia dell'eccitabilità, cioè della minima concentrazione efficace a provocare, in via riflessa, un aumento apprezzabile della secrezione; e si approfittò inoltre di queste medesime prove per cercare di stabilire in qual modo aumentasse l'effetto secretorio con l'aumentare successivo, oltre il limite di soglia, della concentrazione della soluzione gustativa stimolante.

Gli esperimenti furono fatti su me stesso e su alcuni colleghi cortesemente prestatisi alle prove. Si eseguirono tutti pressochè alla stessa distanza dal pasto del mezzogiorno (tra le ore 15 e 17), e nelle identiche condizioni d'ambiente. Per quanto fu possibile si cercò di eliminare ogni agente perturbatore (rumori, odori, ecc.).

Introdotta nel dotto un'apposita sondina, il soggetto rimaneva seduto, di regola immobile, di fronte a uno specchio, con l'attenzione rivolta alla numerazione delle gocce di saliva fluenti di minuto in minuto, mentre un assistente, segnando il tempo, sorvegliava anch'egli la secrezione. Si teneva così conto delle gocce di saliva fluite di minuto in minuto primo.

Applicata la sonda, si facevano compiere al soggetto alcuni movimenti masticatori, allo scopo di ottenere un primo accenno evidente di secrezione e di assicurarsi così della pervietà della sonda stessa. Dopo tale prova, e dopo trascorso il periodo destinato ad accertare il decorso della secrezione spontanea, che, per quanto talora debolissima, abbiamo sempre potuto osservare anche nella più completa immobilità, si procedeva all'esperimento stabilito.

Per saggiare l'azione di determinate sostanze chimiche, queste ultime furono usate, a seconda dei casi, come tali (alcool metilico, etilico, propilico e isobutilico, glicerina), ovvero in soluzione acquosa (soda a 0,4 %, stovaina al 2 %, 5 %, 7 % e 10 %, acido ossalico in soluzione $\frac{n}{150}$, $\frac{n}{100}$, $\frac{n}{75}$ acido cloridrico in concentrazione crescente da 0,0025 %, a 0,025 %, saccarosio in soluzione crescente dall'1 % al 3 %, bisolfato di chinina da 0,005 % a 0,03 %, e cloruro di sodio da 0,09 % a 0,9 %). Alcune sostanze, come è chiaro, furono usate come sapori, altre per studiarne l'azione indipendentemente dal sapore. Se ne introduceva nella bocca del soggetto, al momento stabilito, una quantità determinata (di regola 1-2 cmc.) per mezzo di una pipetta graduata. Bisogna aggiungere l'estratto acetonico di *capsicum annuum longum*, del quale si applicava una goccia per volta sulla punta della lingua.

Per studiare l'azione dei movimenti masticatori e insieme l'azione di stimoli meccanici si introduceva nella cavità orale un blocchetto di cautchouc

invitando il soggetto a masticarlo; altre volte per scindere l'azione dei primi da quelli dei secondi si invitava il soggetto a compiere movimenti masticatori di apertura e chiusura della bocca senza introdurre corpi estranei.

Per gli stimoli termici si usò l'acqua previamente riscaldata o raffreddata: all'inizio dell'esperienza si adattava contro la superfice della lingua un tubo di vetro ad ansa, in cui, mercè adatto dispositivo si poteva far circolare a volontà acqua fredda (a 5°-6° C.) o calda (fino al grado tollerabile).

Per gli stimoli dolorifici si ricorse ad un ago, col quale lo stesso soggetto stimolava la sua lingua. Talora si invitò il soggetto a provocarsi dolore stringendo ritmicamente la lingua fra i denti.

Da stimolo dolorifico servì anche la corrente elettrica faradica, quando si spinse la stimolazione fino alla soglia pel dolore o oltre.

Si esplorarono varie regioni linguali applicando le punte di due elettrodi protetti quasi fino all'estremità e fra loro distanti circa 3 mm.

Per studiare l'azione del lavoro muscolare si fece sollevare al soggetto ritmicamente, un peso di 6 kg., alternativamente con l'arto superiore destro o col sinistro.

Dalle esperienze eseguite si possono trarre le seguenti conclusioni:

I. - Risultano confermate le conoscenze già acquisite sulla capacità di varie sostanze chimiche notoriamente attive su le terminazioni gustative - acido cloridrico, NaCl, saccarosio, chinina, - di esaltare in via riflessa il ritmo della secrezione parotidea. La zona riflessogena periferica per esse ovviamente coincide col territorio di distribuzione del IX paio dei nervi craniali.

II. - Pure positivamente sebbene in grado diverso e presumibilmente con vario meccanismo di azione, si comportano: la glicerina, l'estratto di *capsicum annuum longum*, e la stovaina.

III. - L'alcool etilico a 95°, e anche quello metilico, propilico e isobutilico dimostrarono costantemente un'azione opposta in due soggetti diversi: in uno agirono sempre e decisamente inibendo anche la secrezione attivata con vari espedienti, e nell'altro invece sempre attivandola in pari condizioni.

IV. - Gli stimoli di caldo e di freddo portati sulla mucosa orale non mostrarono alcuna azione apprezzabile.

V. - Gli stimoli dolorifici (ago) sulla lingua diedero risultato positivo. Lo stesso si dica della corrente faradica quando raggiunse l'intensità corrispondente alla soglia pel dolore. L'efficacia di quest'ultimo si dimostrò costante, tanto sulla mucosa linguale (varie regioni) che in quella labiale e delle guance.

VI. - Si attiva la secrezione parotidea nei movimenti di deglutizione, di masticazione e di apertura e chiusura della bocca.

VII. - Durante il lavoro muscolare la secrezione diminuì; e diminuì pure quando il lavoro fu compiuto dopo avere esaltato la secrezione con l'estratto di « capsicum ».

VIII. - Dopo avere fatto agire per 10'-15' localmente una soluzione di stovaina al 10 %, l'estratto di « capsicum » e l'acido cloridrico all'1 % esplicarono ancora il loro effetto senza lasciare apprezzare differenze rispetto alle condizioni normali.

IX. - Per l'acido cloridrico, per l'acido ossalico, per il cloruro di sodio e per la chinina (bisolfato) il limite di soglia dell'eccitamento per il riflesso salivare parotideo - adoperando soluzioni acquose nella proporzione di 1 cc. - risultò corrispondente alla soglia stessa per il rispettivo sapore, e precisamente: per l'HCl = 0,015 %; per l'acido ossalico = soluz. $\frac{N}{150}$; per il saccarosio = 2 %; per la chinina = 0,01-0,02 %; e pel cloruro di sodio = 0,45 %.

X. - Col successivo e graduale aumento dell'intensità dello stimolo, in questi vari casi, l'effetto secretorio non aumentò proporzionalmente.

Fisiologia. — *Ritmo della secrezione parotidea nell'uomo e sensazioni gustative e olfattive* [1]. Nota del dott. Nazzareno Grisogani, presentata dal Socio Corrisp. S. Baglioni.

Scopo delle presenti ricerche - eseguite sotto la guida del prof. G. Amantea - è stato quello di studiare il ritmo della secrezione parotidea nell'uomo durante l'azione continua e il più possibile uniforme di svariati stimoli (gustativi, olfattivi o agenti sulla sensibilità generale della lingua), confrontandolo col ritmo della secrezione normale. È un problema, che non risulta trattato in precedenza da altri, per lo meno nelle nostre condizioni sperimentali. Tutti gli autori, i quali, o sondando nell'uomo il dotto di Stenone o profittando di fistole del dotto medesimo, rivolsero l'attenzione alla quantità di saliva secreta in varie condizioni e sotto l'azione di svariati stimoli, riferiscono dati relativi alle variazioni nelle diverse ore del giorno, ovvero in dipendenza dei diversi eccitamenti, ecc. Anche B. Brunacci [2], nelle sue notevoli ricerche, pur tenendo presenti sopratutto le variazioni delle proprietà fisico-chimiche della saliva parotidea da stimoli chimici (gustativi e olfattivi), da eccitamenti psichici, ecc., non trascurò i dati riferentisi alle varie quantità di saliva secreta. Ma nei casi accennati, le singole osservazioni riflettono periodi di tempo relativamente molto ampi; mentre nel caso nostro si volle appunto ridurre il più possibile tali periodi, in maniera da sorprendere le eventuali variazioni e da fissarle per tempi successivi limitatissimi.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Roma; presentato nella seduta del 2 maggio 1925.

(2) Brunacci B., « Arch. di Fisiol. », VIII, 1910; « Atti della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena », n. 1-2, 1912; « Arch. di Fisiol. », XII, 1914; XIII, 1915, e XV, 1917.

A tale scopo, utilizzando il metodo del sondaggio del dotto di Stenone con adatte cannule secondo la tecnica perfezionata da B. Brunacci bene corrispose l'espediente semplice della numerazione delle gocce di saliva fluenti dalla cannulina di minuto primo in minuto primo.

Le esperienze furono fatte su me stesso e su tre altri colleghi, sempre nelle stesse ore pomeridiane (fra le 15 e le 17) e pressochè alla medesima distanza dall'ultimo pasto, nelle identiche condizioni di ambiente ed escludendo ogni causa, che potesse eventualmente intervenire perturbando i risultati.

Applicata la sondina, si invitava il soggetto a compiere alcuni movimenti di masticazione, per attivare momentaneamente la secrezione e controllare così la pervietà della cannula. Quindi il soggetto sedeva di fronte uno specchio, che gli permetteva di mantenere l'attenzione rivolta alla numerazione delle goccie di minuto in minuto primo. Trascorso un periodo sufficiente (15'-30') per accertare il ritmo della secrezione normale, se ne studiavano le eventuali modificazioni per l'intervento di stimoli, che, in modo continuo e il più possibile uniforme, agissero sulla sensibilità (generale o specifica) della mucosa linguale o nasale.

Per fare agire in modo continuo e uniforme stimoli gustativi si fece pervenire nella bocca del soggetto (attraverso una cannula che gli si adattava opportunamente fra le labbra all' inizio dell'esperienza) una lenta corrente (4-6 gocce al minuto primo) di una soluzione di saccarosio al 10 % pel dolce, di bisolfato di chinina all' 1 % per l'amaro, di cloruro sodico al 10 % pel salato e di acido cloridrico a 0,5 % per l'acido.

Per agire sulla sensibilità generale della lingua si ricorse all'estratto acetonico di *capsicum annuum longum:* dato il suo effetto persistente, si applicava direttamente sulla punta della lingua (una goccia) e si rinnovava di tempo in tempo, così da mantenerne pressochè costante l'azione.

Per agire sulla sensibilità specifica della mucosa nasale, si fece fiutare al soggetto volta per volta la sostanza volatile stabilita (essenza di menta, di lavanda, di rosmarino, olio di garofano, iodoformio, solfuro di carbonio, toluolo, alcool caprilico) pure in modo continuo, mantenendo costante l' intensità dello stimolo. Alcune prove furono pure fatte con sostanze volatili agenti specialmente sulla sensibilità generale della mucosa nasale (acido acetico, ammoniaca).

I risultati ottenuti si possono riassumere come segue:

1) l'attività secretoria della ghiandola parotidea studiata nell'uomo in condizioni pressochè uniformi e all' infuori degli stimoli notoriamente capaci di modificarla in via riflessa (stimoli gustativi, olfattivi, movimenti di deglutizione, masticazione, ecc.), presenta costantemente oscillazioni periodiche, che talora si rivelano con fasi di secrezione alternate con fasi di completa sospensione del flusso salivare, e talora invece si rivelano con semplici e alterne variazioni quantitative del flusso stesso.

Le differenze al riguardo sembrano doversi riferire in parte a fattori individuali, in parte a variazioni delle condizioni del soggetto.

2) Partendo dalle accennate condizioni di secrezione ritmica spontanea normale e facendo intervenire uno stimolo gustativo continuo e di intensità uniforme si osserva sempre la persistenza della periodicità di secrezione, ma di regola nella forma di semplici e alterne variazioni quantitative del flusso di saliva, il quale però è più abbondante: si eleva il piano su cui si svolge il periodo.

3) Il grado della suddetta elevazione del piano, su cui si svolge il periodo, varia a seconda della qualità e della intensità dello stimolo gustativo. Massimo per l'amaro e per l'acido, che han dato rapide oscillazioni con pronto ritorno al normale; alquanto minore pel dolce, che ha provocato maggior persistenza nell'elevazione, fu minimo pel salato.

4) Variazioni analoghe si ottennero con uno stimolo continuo ed efficace sulle terminazioni nervee linguali per la sensibilità generale, cioè coll'applicazione di estratto acetonico di *capsicum annuum longum*.

5) Fiutando vapori di acido acetico si ottenne una evidente azione eccitante sulla secrezione parotidea, ma di regola fugace, con pronto ritorno alle condizioni iniziali. Non si riuscì quindi ad ottenere con tale stimolo, fatto agire al solito in maniera continua e uniforme, un fenomeno analogo a quello osservato con gli stimoli gustativi e coll'estratto di peperoncino.

6) Facendo fiutare ammoniaca non fu dato di osservare una azione eccitante. Questa invece continuò ad osservarsi per l'acido acetico, anche se fiutato dopo l'ammoniaca.

7) Stimoli olfattivi propriamente detti (essenza di menta, di garofano, di lavanda, di rosmarino, jodoformio, solfuro di carbonio, toluolo, alcool caprilico) fiutati separatamente, dimostrarono un comportamento diverso: alcuni (essenza di menta, di garofano, lavanda, rosmarino) manifestarono un'azione attivante in vario grado, sulla secrezione salivare elevandone il piano su cui si svolge il periodo; altri (jodoformio, solfuro di carbonio, toluolo, alcool caprilico) un'azione deprimente. Nel primo caso si ebbero fasi di più attiva secrezione alternate con altre di secrezione meno attiva; nel secondo si vide perfino sospendersi affatto la secrezione.

8) Sembra che a seconda del soggetto, possa variare tale comportamento positivo o negativo per i diversi odori; precisamente, in linea generale, sembra che si comportino positivamente, attivando cioè la secrezione, quelli che il soggetto apprezza come gradevoli, e viceversa.

9) Nella gara tra un odore per un determinato soggetto ad azione positiva (olio di garofano), e un altro ad azione inversa (jodoformio), si vide prevalere l'azione di quest'ultimo.

Embriologia. — *Segmentazioni anormali all'inizio dello sviluppo in uova dell'Artemia salina diploide di Cagliari*[1]. Nota del prof. CESARE ARTOM presentata dal Socio B. GRASSI[2].

Come risulta da mie precedenti osservazioni,[3] la fecondazione dell'uovo dell'Artemia salina diploide di Cagliari, avviene in modo del tutto normale.

Formati ed espulsi il 1° ed il 2° globulo polare, il pronucleo femminile diventa quasi perfettamente acromatico, appare di aspetto vescicoloso e di forma sferica; e dalla periferia si porta al centro dell'uovo. In qualche rarissimo caso, preso già da me ampiamente in considerazione, pare che nel centro dell'uovo permanga una sfera di centroplasma, con in mezzo un centriolo: invece nella grandissima maggioranza dei casi, il pronucleo femminile, si trova al centro dell'uovo, senza avere intorno nessuna traccia di irradiazioni protoplasmatiche.

Nelle uova poi dell'Artemia salina tetraploide di Capodistria, formato ed emesso il primo ed unico globulo polare, si osserva in genere accanto al pronucleo che sta per emigrare al centro dell'uovo, una centrosfera concentrica ad un centriolo. Questa centrosfera ingrandisce e poi si divide più o meno tardivamente.

In conclusione quindi le sostanze protoplasmatiche che si organizzeranno a formare le caratteristiche *astrosfere* dell'uovo che sta per dividersi, sono nell'uovo partenogenetico originate nell'uovo stesso; nell'uovo invece che deve essere *fecondato* devono essere di altra origine. Per l'appunto, seguendo la fecondazione dell'uovo di Artemia salina di Cagliari, è dato seguire con l'entrata dello spermatozoo, la formazione dell'aster spermatico. L'uovo quindi partenogenetico dell'Artemia di Capodistria possiede e conserva delle sostanze fisiologicamente attive, concentrate probabilmente in un centriolo permanente; l'uovo invece dell'Artemia salina di Cagliari, ha perduto quelle sostanze forse di natura enzimatica, senza le quali non può iniziarsi lo sviluppo; queste sostanze devono essere portate nell'uovo stesso dallo spermatozoo, nell'atto della fecondazione.

Organizzatesi le due astrosfere si forma subito il 1° fuso di segmentazione. Le astrosfere si allontanano poi l'una dall'altra, il fuso si allunga nella direzione del suo asse e subito incomincia la divisione dei cromosomi.

(1) Dall'Istituto di Zoologia e Anatomia Comparata dell'Università di Sassari.

(2) Presentata nella seduta del 4 aprile 1925.

(3) ARTOM CES. (1911) *Analisi comparativa della sostanza cromatica*, etc. etc., in « Archiv. für Zellforschung », 7° Band, 2ª Heft.

Iniziatosi subito dopo il solco di segmentazione di tutto l'uovo, i blastomeri che ne derivano, essendo la divisione totale ed eguale, sono tra loro identici.

Come è noto la posizione dell'asse del fuso determina il 1° piano di segmentazione: il piano su cui giace il 1° fuso essendo equatoriale; il piano di segmentazione deve essere meridionale, in quanto che questo piano deve tagliare perpendicolarmente l'asse del fuso. Nella figura che segue (fig. 1) si osserva un uovo dell'Artemia salina di Cagliari nettamente diviso in due blastomeri. I due nuclei sono però già entrati in mitosi. Come si vede chiaramente, i fusi di già formati sono nettamente paralleli l'uno all'altro, essi giacciono in uno stesso piano equatoriale come giaceva il 1° fuso di segmentazione; essi sono però ruotati su questo piano equatoriale di 90°, in confronto

Fig. 1. — Da microfotografia.

alla posizione che occupava il 1° fuso. Non vi è alcun dubbio che il 2° piano di divisione che dividerà l'uovo in 4 blastomeri dovrà essere anch'esso meridionale, perfettamente ortogonale al 1° piano. Le 4 cellule o quadranti che risultano, possiamo identificarli come nel *Cyclops* secondo Fuchs,[1] con le lettere A_{II}, B_{II}, C_{II}, D_{II}. Ed è probabile che anche per l'uovo di Artemia uno dei quattro quadranti, sia già determinato in questo stadio assai precoce a dar luogo, per mezzo di ulteriori divisioni, alla linea delle cellule germinative.

(1) Karl Fuchs, 1914, *Keimblätterentwicklung von Cyclops viridis Surine.* « Zoologische Jahrbücher. Abt. für Anat. und Ontog. », 38 Band, I Heft.

Nei casi normali dopo i due piani di segmentazione ambedue meridionali, il terzo piano è invece equatoriale, perchè l'asse dei fusi è ruotato su sè stesso ed occupa un piano meridionale.

In qualche caso eccezionale, che qui prendo brevemente in considerazione, le prime segmentazioni, invece non possono avvenire nel modo regolare anzidetto. Per l'appunto nella figura 2 è rappresentato un uovo allo stadio di due blastomeri come quello della figura 1 in procinto di dividersi per la 2ª volta. Ma mentre il piano del fuso del blastomero di sinistra è del tutto regolare, in quanto che esso giace sempre in un piano equatoriale, in cui però il fuso è ruotato di 90° gradi, nel blastomero di destra invece, deve essere già avvenuto la rotazione del fuso dal piano

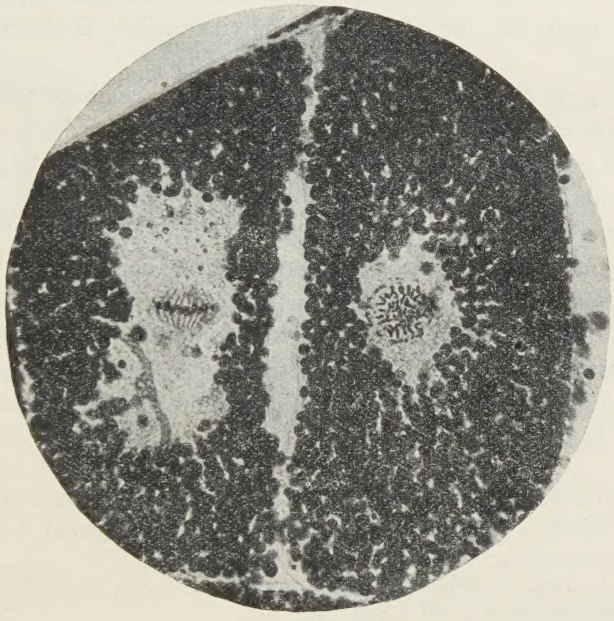


Fig. 2. — Da microfotografia.

equatoriale al piano meridionale dell'uovo, spostamento precoce in questo stadio, perchè tale rotazione dovrebbe avvenire sincronamente per i fusi di tutti e quattro i blastomeri dopo la IIª divisione di segmentazione, appunto per preparare la IIIª divisione equatoriale dell'uovo. Quale deve essere la conseguenza di tale irregolarità? Che il blastomero di sinistra si dividerà meridionalmente secondo la regola, il blastomero di destra si dividerà invece equatorialmente. Per l'appunto la sezione dell'uovo raffigurata nella figura 2 è precisamente attraverso questo piano equatoriale; ed in questo piano sono esattamente contenuti i 42 cromosomi (numero dei cromosomi dell'Artemia diploide di Cagliari).

È molto difficile prevedere quali possono essere le conseguenze di tale

irregolarità nella disposizione di questi primi fusi di segmentazione. Potrebbe per esempio avvenire (volendosi avventurare nel campo delle ipotesi) che per ragioni meccaniche uno dei due blastomeri non potesse subito dividersi e quindi i 42 cromosomi venissero raddoppiati in 84. E se l'uovo fosse ulteriormente atto allo sviluppo, e di una perfetta regolazione, potrebbe magari prendere origine una linea di cellule con il doppio del numero normale di cromosomi.

Ho voluto dare un certo rilievo al fatto di queste uova a segmentazione irregolare nei primi stadi, non solo perchè tali irregolarità presentano sempre un certo interesse dal punto di vista della fisiologia dello sviluppo, ma anche perchè alcuni studiosi di genetica, vogliono far risalire ad anomalie che si verificherebbero nei primi piani di segmentazione, il raddoppiamento nel numero dei cromosomi e quindi il possibile insorgere del tetraploidismo.

Avverto però che io non ho nessun motivo per abbandonare le ipotesi già fatte e ripetutamente espresse su una possibile derivazione dell'Artemia tetraploide da quella diploide, o per fusione di gameti diploidi giganti, oppure per copulazione di un pronucleo diploide con il 1° globulo polare pure diploide. L'una e l'altra ipotesi sono anzi in pieno accordo, sia coi fatti da me messi in luce al riguardo del tetraploidismo dei maschi dell'Artemia salina di Odessa [1] sia coi fatti messi in luce dal Seiler [2] al riguardo dell'acquisizione del tetraploidismo nella *Solenobia pineti*, in cui in definitiva risulta dimostrato, quello che io ho ipotetizzato per l'Artemia, e che cioè il tetraploidismo possa essere raggiunto colla fusione del pronucleo femminile con uno dei globuli polari.

(1) Ces. Artom (1924). *Il tetraploidismo dei maschi all'Artemia salina di Odessa.* « Rend. Accad. Lincei Scienze Fisiche e Naturali », Vol. XXXII, fascicolo 12 e vol. XXXIII, fascicolo 1°.

(2) Seiler I., 1923, *Geschlechts chromosomen Untersuchungen an Psychiden.* « Zeitsch. induktive Abstammungslehre », Bd XXXI, Hefl 1-2.

G. C.